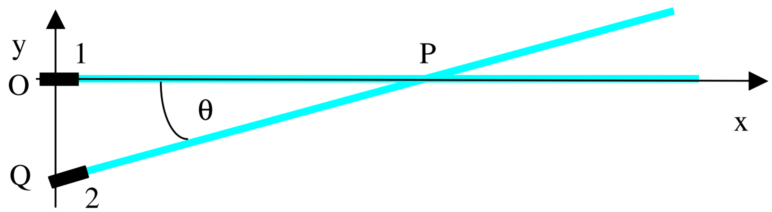
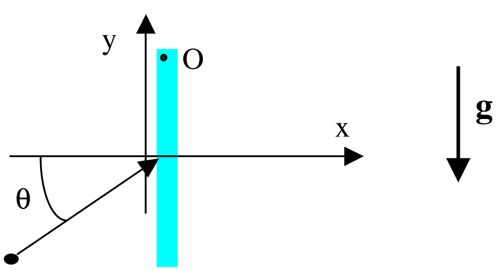
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 17 Settembre 2012
Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4]
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4]
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5]
Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

Esercizio 1: Due strade rettilinee si incrociano nel punto P con l'angolo θ come mostrato in figura. Due automobili 1 e 2 di masse uguali pari a m = 500 kg sono inizialmente ferme rispettivamente in O e in Q ed accelerano con accelerazioni a_1 = 2 m/s^2 e a_2 = 3 m/s^2. Le due automobili si incontrano allo stesso istante nel punto P a distanza d = 100 m da O.

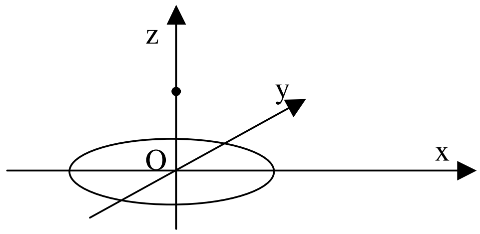


1.1 - Si calcoli il valore dell'angolo θ e le velocità raggiunte dalle automobili in P.
1.2 - Sapendo che le automobili dopo l'urto restano attaccate l'una all'altra, si calcoli l'energia dissipata nell'urto.
Esercizio 2 : Una barra di lunghezza L = 50 cm, sezione trascurabile e massa M = 100 g è vincolata a ruotare senza attrito attorno ad un asse passante per l'estremo O della barra e si trova in equilibrio. Una particella puntiforme di massa m = 60 g urta con velocità v_0 = 20 m/s il punto centrale della barra ad un angolo θ = 45° rimanendo conficcata nella barra. Considerando trascurabile l'attrito fra barra ed asse si calcoli:



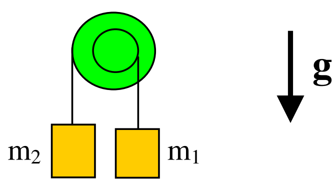
2.1- la velocità angolare ω_0 della barra dopo l'urto,
2.2- le componenti x ed y dell'impulso della forza esercitata dall'asse sulla barra durante l'urto.
2.3- Si dica quale è il minimo valore che deve avere la velocità v_0 se si vuole che la barra dopo l'urto compia una rotazione completa attorno all'asse.
Esercizio 3 (NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE) - Un gas perfetto biatomico ha n = 0.2 moli ed occupa lo spazio interno ad un cilindro conduttore con pistone conduttore mobile di superficie $S = 4\ 10^{-2}$ m^2. La massa del pistone è trascurabile. Il sistema si trova in presenza dell'atmosfera a pressione $p_0 = 10^5$ Pa e a temperatura T_0 =20°C. Una molla di costante elastica $K = 10^4$ N m e lunghezza a riposo trascurabile collega il fondo del cilindro con il pistone.
3.1 - Si calcoli la pressione e il volume del gas in condizioni di equilibrio.
Ad un dato istante la molla si rompe e il pistone si alza fino alla nuova posizione di equilibrio.
3.2 - Si trovi il calore Q assorbito dal gas durante l'intero transitorio.

Esercizio 4 (**NON PER I CIVILI di FISICA GENERALE I !!**)- Un anello di raggio R = 20 cm è costituito da un filo rigido di sezione trascurabile ed è caricato uniformemente con una densità lineare di carica elettrica λ = 3 μC/m. L'anello giace nel piano xy con il centro O coincidente con l'origine degli assi. Una carica elettrica puntiforme q = 1 nC si trova inizialmente ferma in un punto sull'asse z a distanza $h = R$ = 20 cm dall'origine.



4.1 - Si trovino le componenti x, y e z della forza esercitata dalla carica puntiforme sull'anello.
4.2 - Se la carica puntiforme ha massa m = 0.3 mg e viene lasciata libera da ferma , quale è la massima velocità raggiunta dalla carica?

Esercizio 5 (SOLO PER CIVILI DI FISICA GENERALE I !!): Due dischi coassiali 1 e 2 sono incollati uno sull'altro come mostrato schematicamente in figura e sono liberi di ruotare attorno all'asse comune. Il disco piccolo (1) ha raggio r_1 = 5 cm e massa M_1 = 1 Kg, mentre il disco più grande (2) ha raggio r_2 = 10 cm e massa M_2 = 3 kg. Sui dischi sono avvolte due funi inestensibili di massa trascurabile ai cui estremi sono collegati due corpi omogenei di densità ρ_M = 5000 Kg/m^3 di masse m_1 e m_2 con m_1 = 1 Kg.



5.1- Si calcoli il momento di inerzia I rispetto all'asse comune del corpo cosituito dai due dischi e il valore che deve avere la massa m_2 se si vuole che il sistema resti in equilibrio.
5.2- Si supponga, ora, che i corpi di massa m_1 e m_2 siano immersi in acqua. Si trovi il valore di m_2 che assicura l'equilibrio in questo nuovo caso.

Esercizio 6 (SOLO PER CIVILI DI FISICA GENERALE):
Un filo di rame da trasformatore (conducibilità elettrica σ = 5.9 10 ^{7} Ω^{-1} m^{-1}) ha sezione S = 0.5 mm^2 ed è rivestito con uno strato isolante di spessore trascurabile. Con questo filo si costruisce un solenoide di altezza h = 30 cm avvolgendo compattamente (spire adiacenti in contatto) uno strato di filo su un cilindro in modo da ottenere un solenoide con spire di raggio r = 2 cm.

6.1- Si calcoli la potenza dissipata nell'avvolgimento quando una corrente continua i = 2 A attraversa il solenoide.
Una spira di raggio R = 3 cm ($R > r$) coassiale con il solenoide giace nel piano perpendicolare all'asse del solenoide che divide il solenoide in due parti uguali.
6.2- Si trovi il flusso di campo magnetico concatenato con la spira quando la corrente nel solenoide è i = 2 A.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- Gli spazi percorsi dalle due automobili nel tempo t necessario per arrivare in P sono:

$$s_1 = \frac{1}{2}a_1 t^2 = d \quad (1)$$

$$s_2 = \frac{1}{2}a_2 t^2 = \frac{d}{\cos\theta} \quad (2)$$

Risolvendo rispetto alle incognite t e $\cos\theta$ si trova:

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a_1}} = 10 \text{ s} \quad (3)$$

$$\frac{d}{\cos\theta} = 150 \text{ m} \qquad \Rightarrow \cos\theta = \frac{d}{150} = 0.666 \Rightarrow \theta = 48.2° \quad (4)$$

Le velocità in P sono: $v_1 = a_1 t = 20$ m/s e $v_2 = a_2 t = 30$ m/s (5)

1.2- Dopo l'urto le due macchine hanno le stessa velocità $\boldsymbol{v}$. Applicando la conservazione della quantità di moto si trova:

$$\boldsymbol{v} = \frac{m_1\boldsymbol{v}_1 + m_2\boldsymbol{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\boldsymbol{v}_1 + \boldsymbol{v}_2}{2} = (\text{ 20 m/s, 11.2 m/s}) \quad (6)$$

dove $\boldsymbol{v}_1$ e $\boldsymbol{v}_2$ sono i vettori velocità delle due macchine all'istante dell'urto:

$\boldsymbol{v}_1 = (v_1, 0) = (20 \text{ m/s}, 0)$ (7)

$\boldsymbol{v}_2 = (v_2 \cos\theta, v_2 \sin\theta) = (20 \text{ m/s}, 22.4 \text{ m/s})$ (8)

L'energia dissipata nell'urto è, perciò:

$$\Delta E = m\frac{v_1^2}{2} + m\frac{v_2^2}{2} - mv^2 = \quad 62.3 \text{ KJ} \quad (9)$$

Soluzione Esercizio 2. **2.1**-Le uniche forze esterne impulsive applicate sul sistema dei due corpi sono applicate dall'asse sulla barra nel punto O. dunque, si conserva la componemte z del momento angolare del sistema rispetto ad O. Prima dell'urto, la componente z del momento angolare (z = asse uscente dalla figura) era:

$$L_z^i = mv_0\frac{L}{2}\cos\theta = \frac{mv_0 L}{2\sqrt{2}} = \quad 0.212 \text{ Kg m}^2\text{/s} \quad (1)$$

subito dopo l'urto la componente z del momento angolare è:

$$L_z^f = I\omega_0 = \left(M\frac{L^2}{3} + m\frac{L^2}{4}\right)\omega_0 \quad (2)$$

dove $I = \left(M\frac{L^2}{3} + m\frac{L^2}{4}\right) = 0.0121$ Kg m^2 è il momento di inerzia del sistema rispetto all'asse passante per O. Imponendo la condizione $L_z^i = L_z^f$, si trova

$$\omega_0 = \frac{L_z^i}{M\frac{L^2}{3} + m\frac{L^2}{4}} = 17.5 \text{ rad/s} \quad (3)$$

2.2 - L'impulso della forza è pari alla variazione della quantità di moto totale del sistema barretta+corpo. Inizialmente:

$\boldsymbol{p}_{\rm i} = (mv_0 \cos\theta, mv_0 \sin\theta) = (mv_0 / \sqrt{2}, mv_0 / \sqrt{2}) = (0.849$ kg m/s, 0.849 kg m/s$)$ (5)

Subito dopo l'urto, la quantità di moto è la somma della quantità di moto della barra e quella del proiettile. Il centro di massa della barra si trova al centro di essa come il proiettile. Entrambi ruotano con velocità angolare ω attorno ad O. Conseguentemente, la velocità di entrambi è la stessa e pari a $v = \omega_0 L/2$ ed orientata lungo x. Dunque, la quantità di moto finale del sistema è:

$$\boldsymbol{p}_f = (m\omega_0 L/2 + M\omega_0 L/2,\ 0) = (0.702 \text{ kg m/s},\ 0) \tag{6}$$

Dunque, l'impulso della forza è:

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{p}_f - \boldsymbol{p}_i = [(M + m)\ \omega_0 L/2 - mv_0 / \sqrt{2},\ - mv_0 / \sqrt{2}\ ] = [\ -0147 \text{ Kg m/s}, -0.849 \text{ Kg m/s}] \tag{7}$$

2.3- Perché la barra possa compiere un intero giro essa deve poter arrivare nel punto di massima energia potenziale con l'estremità libera ad altezza L sopra il punto O. Assumendo nulla l'energia potenziale iniziale $U_i = 0$, l'energia potenziale nel punto di massima altezza è $U_f = (m + M)\ g\ L$. Per la conservazione dell'energia, la velocità angolare ω della barra nella posizione di massima altezza deve soddisfare l'equazione:

$$\frac{1}{2}I\omega_0^2 = \frac{1}{2}I\omega^2 + (m+M)gL \qquad \Rightarrow \qquad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{2(m+M)gL}{I}} \tag{8}$$

Perchè arrivi nel punto di massima altezza, deve risultare:

$$\omega_0 \ge \omega_{\min} = \sqrt{\frac{2(m+M)gL}{I}} = 11.4 \text{ rad/s} \tag{9}$$

Ma la velocità angolare dopo l'urto è legata a v_0 dalla relazione $\omega_0 = \dfrac{mv_0 L}{2\sqrt{2}I}$, dunque v_0 deve soddisfare la relazione:

$$v_0 \ge \frac{2\sqrt{2}I}{mL}\omega_{\min} = 13.0 \text{ m/s} \tag{10}$$

Soluzione Esercizio 3 -3.1- Poichè il sistema si trova in equilibrio termico, la temperatura del gas è pari a T_0 mentre l'equilibrio meccanico implica:

$$p = p_0 + \frac{Kh}{S} = p_0 + \frac{KV}{S^2} \tag{1}$$

dove $h = V/S$ è l'altezza del gas nel cilindro e V il volume del gas. Per l'equazione dei gas perfetti, quindi:

$$\left(p_0 + \frac{KV}{S^2}\right)V = nRT_0 \qquad \Rightarrow \qquad \frac{KV^2}{S^2} + p_0 V - nRT_0 = 0 \tag{2}$$

L'unica soluzione fisicamente significativa ($V > 0$) della (2) è:

$$V = \frac{-p_0 + \sqrt{p_0^2 + 4nRT_0 \frac{K}{S^2}}}{2\frac{K}{S^2}} = 3.91\ 10^{-3} \text{ m}^3 \tag{3}$$

e, conseguentemente,

$$p = p_0 + \frac{KV}{S^2} = 1.24\ 10^5 \text{ Pa} \tag{4}$$

3.2 - Quando la molla si rompe, il cilindro si solleva fino a raggiungere la nuova posizione di equilibrio in cui $p = p_0$ e $T = T_0$. Applicando la legge dei gas perfetti si trova il nuovo volume:

$$V' = \frac{nRT_0}{p_0} = 4.87\ 10^{-3} \text{ m}^3 \tag{5}$$

In questa espansione, poichè la pressione esterna è costante, il lavoro fatto dall'atmosfera sul sistema è $L = - p_0\ \Delta V\ = p_0\ (V - V')$. Applicando il I principio della Termodinamica e tenendo conto del fatto che l'energia interna non varia, si trova

$$Q = - L = p_0 (V' - V) = 96 \text{ J} \tag{6}$$

Esercizio 4 :

4.1- Per il principio di azione e reazione, la forza $\boldsymbol{F}$ esercitata dalla carica sull'anello è uguale ed opposta alla forza $\boldsymbol{F}^*$ esercitata dall'anello sulla carica. Per motivi di simmetria il campo elettrico dell'anello nel punto dove si trova la carica è diretto lungo l'asse z nel verso positivo. La componente z del campo è:

$$E_z = \int \frac{dq\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)} = \int \frac{dqh}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{3/2}} = \frac{h}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{3/2}} \int dq = \frac{\lambda}{4\sqrt{2}\varepsilon_0 R} \tag{1}$$

Ma allora

$$\boldsymbol{F} = (0, 0, -q\, E_z) = \left(0,0,-q\frac{\lambda}{4\sqrt{2}\varepsilon_0 R}\right) = (0.\ 0, -3.00\ 10^{-4}\ \text{N}) \tag{2}$$

Soluzione alternativa: Si poteva anche calcolare direttamente la forza che la carica puntiforme esercita sulla spira. In tal caso si deve pensare di suddividere la spira in elementi infinitesimi di lunghezza dl con carica dq = λ dl. La carica puntiforme esercita su ciascun elemento una forza pari a

$$d\boldsymbol{F} = \frac{qdq}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)}\hat{r} \tag{3}$$

dove $\hat{r}$ è il versore del vettore $\boldsymbol{r}$ che va dalla carica puntiforme all'elemento di filo. Per simmetria, quando si vanno a sommare le forze infinitesime agenti su ciascun elemento di spira, la forza risultante è diretta lungo l'asse di simmetria z in verso negativo. Dunque, l'unica componente da calcolare è la componente z che è pari a:

$$F_z = \int dF_z = \int -\frac{qdq\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)} = -qE_z \tag{4}$$

dove E_z coincide il campo in eq.(1).

4.2- Poichè il campo elettrico è conservativo, si conserva l'energia meccanica che inizialmente è uguale all'energia potenziale della carica puntiforme essendo la carica ferma. Ma l'energia potenziale è qV dove V è il potenziale generato dalla spira nel punto dove si trova la carica puntiforme. La velocità massima verrà raggiunta nel punto dove è minima l'energia potenziale, cioè a distanza infinita dove l'energia potenziale è nulla. In tale punto la velocità soddisferà l'equazione

$$\frac{1}{2}mv^2 = qV \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \tag{5}$$

dove V si ottiene utilizzando la relazione

$$V = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{1/2}} = \frac{\int dq}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+h^2)^{1/2}} = \frac{\lambda}{2\sqrt{2}\varepsilon_0} = 1.20\ 10^5\ \text{V} \tag{6}$$

Sostituendo questo valore nella (5) si trova v = 0.89 m/s.

Soluzione Esercizio 5(CIVILI di Fisica Generale I)

5.1 Il momento di inerzia è la somma dei momenti di inerzia dei due dischi:

$$I = M_1 r_1^2/2 + M_2 r_2^2/2 = 1.63\ 10^{-2}\ \text{Kg m}^2 \tag{1}$$

Se le masse m_1 e m_2 sono ferme, le tensioni delle due funi sono pari a:

$$T_1 = m_1\, g \qquad \text{e} \qquad T_2 = m_2\, g \tag{2}$$

Perchè il sistema dei due dischi non ruoti, il momento di forza totale esercitato dalle funi deve essere nullo e, quindi:

$$T_1\, r_1 = T_2\, r_2 \quad \Rightarrow \quad T_1/T_2 = r_2/r_1 \quad \Rightarrow \quad m_2 = m_1\, r_1/r_2 = 0.5 \text{ Kg} \qquad (3)$$

5.2- Se le masse sono immerse in acqua di densità ρ = 1000 Kg/m^3, le tensioni delle due funi risultano ridotte per effetto della forza di Archimede e diventano:

$$T_1 = m_1\, g - \rho\, V_1\, g = (\rho_M - \rho)\, m_1\, g\, /\, \rho_M\ , \quad T_2 = m_2\, g - \rho\, V_2\, g = (\rho_M - \rho)\, m_2\, g\, /\, \rho_M \qquad (4)$$

La condizione di equilibrio è ancora data da $T_1\ r_1 = T_2\ r_2$. Dunque, sostituendo queste nuove espressioni di T_1 e T_2 nella condizione di equilibrio si trova nuovamente $m_2 = m_1\, r_1/r_2$ = 0.5 Kg .

Soluzione Esercizio 6 (CIVILI di Fisica Generale):

6.1- Se le spire sono avvolte in modo compatto, il numero totale di spire è

$$N = \frac{h}{d} = h\sqrt{\frac{\pi}{4S}} = 376 \text{ spire} \qquad (1)$$

dove d = $\sqrt{\frac{4S}{\pi}}$ è il diametro del filo. Ogni spira ha lunghezza $l = 2\ \pi\ r$ = 0.126 m, dunque, la lunghezza totale dell'avvolgimento è:

$$L = N\, l = 47.3 \text{ m} \qquad (2)$$

e la sua resistenza è:

$$R = \frac{1}{\sigma}\frac{L}{S} = 1.60\ \Omega \qquad (3)$$

La potenza dissipata è $\quad P = i^2\, R$ = 6.41 W. (4)

6.2 - Il campo magnetico all'interno del solenoide è:

$$B_{\text{int}} = \mu_0 \frac{N}{h} i = 3.15\ 10^{-3} \text{ T} \qquad (5)$$

mentre, all'esterno, B_{est} = 0 T.

Poichè la spira ha raggio R maggiore del raggio r del solenoide, solamente una superficie di area $A = \pi\, r^2$ viene attraversata dal campo e, quindi, il flusso concatenato con la spira è

$$\Phi = B_{\text{int}}\, \pi\, r^2 = 3.96\ 10^{-6} \text{ Wb} \qquad (6)$$