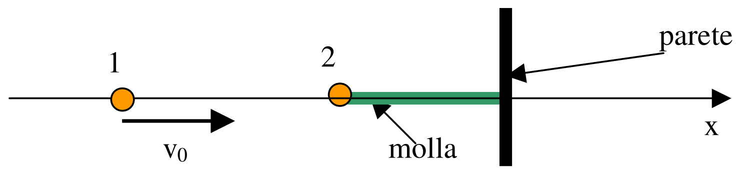
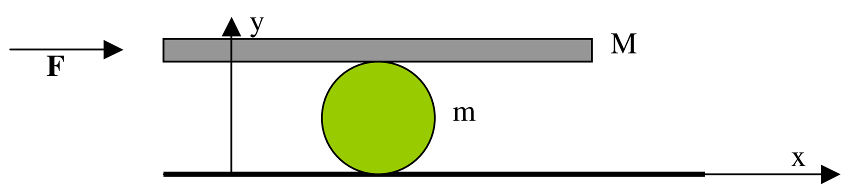
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 25 Luglio 2013
Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4]
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4]
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5], Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

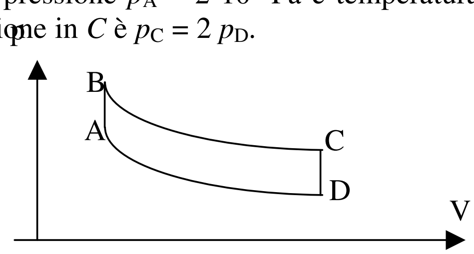
Esercizio 1: Due corpi identici 1 e 2 di dimensioni trascurabili e di massa m = 50 g sono vincolati a muoversi senza attrito lungo un asse orizzontale x. Il corpo 2 è collegato all' estremo di una molla di costante elastica $K = 5\ 10^4$ N/m mentre l'altro estremo e' fissato ad una parete. Il corpo 2 è inizialmente fermo nella posizione di riposo della molla mentre il corpo 1 viaggia con velocità v_0= 20 m/s nel verso positivo dell'asse x. All'istante t = 0 s, la pallina 1 urta elasticamente la 2.



1.1 - Si trovi la massima compressione Δx della molla rispetto alla condizione iniziale e si dica a quale istante il corpo 2 torna nella posizione iniziale .
1.2 - Si trovino le velocità delle palline dopo che urtano nuovamente e si calcoli l'impulso della forza esercitata dalla parete.
Esercizio 2 : Un cilindro di raggio r e massa m = 3 Kg è appoggiato su un pavimento orizzontale ruvido. Sul cilindro è appoggiata una piastra di massa M = 2 m = 6 Kg su cui è applicata una forza diretta lungo l'asse orizzontale x nel verso positivo di modulo F = 0.19 N come mostrato schematicamente in figura. Il cilindro compie un moto di rotolamento puro sul pavimento e la piastra <u>non scivola</u> sul cilindro.



2.1 - Supponendo nota l'accelerazione a_c del centro di massa del cilindro, si trovi l'accelerazione a_p della piastra in funzione di a_c motivando la risposta. Si trovino, quindi, le reazioni normali del pavimento sul cilindro (R_1) e quella cilindro sulla piastra(R_2).
2.2 - Si trovi il valore dell'accelerazione a_c del cilindro e delle forze di attrito statico esercitate dal pavimento sul cilindro (F_1) e <u>dalla piastra sul cilindro</u> (F_2).
Esercizio 3 (**NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE**)- Un ciclo di un gas perfetto <u>monoatomico</u> con n = 1 mole compie il ciclo reversibile $ABCDA$ mostrato schematicamente in figura dove i tratti AD e BC sono isotermi e i tratti AB e CD sono isocori. Inizialmente il gas si trova nello stato A a pressione $p_A = 2\ 10^5$ Pa e temperatura T_A = 300 K. Il volume in C è $V_C = 2\ V_A$, mentre la pressione in C è $p_C = 2\ p_D$.



3.1- Si dica, motivando la risposta, se il sistema funziona come motore o come pompa di calore e si trovino i valori di pressione, volume e temperatura per i punti A, B, C e D.

3.2- Si calcolino i calori assorbiti in ciascun tratto del ciclo mettendo i segni corretti.

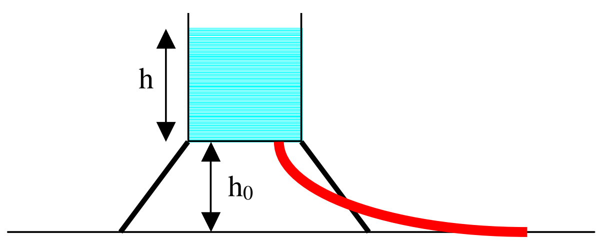
Esercizio 4 (NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE I !!): Una piastra infinita è caricata con una carica elettrica positiva distribuita uniformemente sulla sua superficie con densità superficiale $\sigma = 3\ \mu C/m^2$. Una particella puntiforme di massa $m = 0.2$ mg e carica elettrica negativa $q = -2\ \mu C$ si trova inizialmente a distanza $d = 3$ cm dalla piastra e si muove inizialmente con velocità $v_0 = 5$ m/s nel verso positivo di un asse x parallelo alla piastra.

4.1 - Si trovi il modulo della velocità con cui la carica puntiforme urta la piastra e l'angolo con cui la carica incide sulla piastra (l'angolo è <u>misurato rispetto all'asse perpendicolare alla piastra ed entrante nella piastra</u>).

4.2 - Si calcoli la forza $\boldsymbol{F}$ (modulo, direzione e verso) che la carica esercita sulla piastra quando si trova a distanza d e si dimostri che risulta verificato il principio di azione e reazione. (Per il calcolo della forza si suggerisce allo studente di suddividere la piastra in anelli circolari infinitesimi concentrici di raggio r e spessore dr).

Esercizio 5 (SOLO PER CIVILI DI FISICA GENERALE I).

Un grosso serbatoio cilindrico ha superficie di base $S_0 = 9\ m^2$ ed è posto ad un'altezza da terra $h_0 = 5$ m da terra ed è riempito di acqua fino ad un'altezza h. Nel fondo del serbatoio è collegato un tubo di sezione interna costante $S = 50\ cm^2$. Si supponga trascurabile l'attrito viscoso e si assuma la pressione dell'aria $p_0 = 10^5$ Pa. Si vuole che dal tubo escano $P = 60$ litri di acqua al secondo.

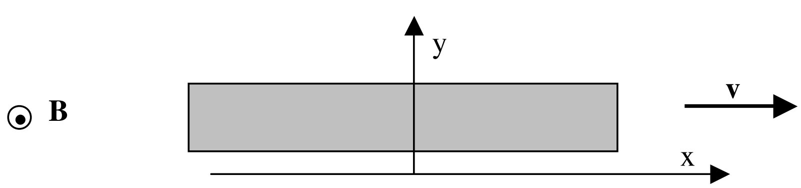


5.1- Quale deve essere l'altezza h dell'acqua nel serbatoio?

5.2- Quale è la pressione dell'acqua in un punto C del tubo immediatamente sotto al serbatoio?

Esercizio 6 (SOLO PER STUDENTI CIVILI DI FISICA GENERALE)

Una piastra conduttrice elettricamente scarica quadrata di lato $L = 20$ cm, spessore $d = 3$ mm si muove con velocità $v = 2$ m/s nel verso positivo dell'asse x in presenza di un campo di induzione magnetica $\boldsymbol{B}$ uniforme di modulo $B = 0.2$ T diretto lungo l'asse z uscente dal piano della figura. Si assuma che il conduttore abbia la costante dielettrica del vuoto.



6.1 - Si trovino le cariche elettriche che si accumulano sulla superficie superiore e su quella inferiore della piastra in condizioni di equilibrio e la differenza di potenziale presente <u>fra la superficie superiore e quella inferiore</u>.

6.2 - Si trovi la forza (direzione, modulo e verso) che il campo magnetico esercita sulle cariche presenti sulle superfici e l'energia elettrostatica immagazzinata nel campo all'equilibrio.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1- **1.1**- Durante l'urto fra i due corpi non ci sono forze esterne impulsive (la forza elastica non è impulsiva). Dunque, tutto avviene come in un urto unidimensionale elastico fra due corpi di massa uguale. Di conseguenza, il corpo 2 acquista la velocità del corpo 1 e viceversa. Dunque, le componenti x delle velocità dei due corpi dopo l'urto sono

$v_1=0$ e $v_2 = v_0 = 20$ m/s. (1)

Il corpo 2 si ferma quando tutta l'energia cinetica si è trasformata in energia potenziale

$$\frac{K}{2}\Delta x^2 = \frac{m}{2}v_0^2 \quad \Rightarrow \quad \Delta x = \sqrt{\frac{m}{K}}v_0 = 2\ 10^{-2}\text{ m} = 2\text{ cm} \qquad (2)$$

Il tempo per tornare nella posizione iniziale corrisponde a mezzo periodo di oscillazione:

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \pi\sqrt{\frac{m}{K}} = 3.14\ 10\text{-}3\text{ s} = 3.14\text{ ms} \qquad (3)$$

1.2- Il corpo 1 si trova fermo nella posizione iniziale del corpo 2 e, quando viene urtato dal corpo 2 che viaggia con velocità v_0 nel verso opposto all'asse x, si ferma imprimendo al corpo 1 la sua velocità. L'impulso della forza esercitata dalla parete è pari alla variazione della q.m. del sistema:

$$\vec{I} = \vec{p}_f - \vec{p}_i = (-mv_0,0) - (mv_0,0) = (-2mv_0,0) = (\text{ - 2 Ns},0) \qquad (4)$$

Soluzione Esercizio 2. **2.1** -La piastra non scivola sul cilindro, dunque il punto di contatto P della piastra con il cilindro deve avere la stessa velocità del corrispondente punto del cilindro. Ma il cilindro rotola sul pavimento e, quindi, compie un moto istantaneo di rotazione attorno al punto di contatto Q con il pavimento. Ciò significa che la velocità di ogni punto cresce in proporzione alla distanza da Q e, quindi, la velocità del punto P è $v_p = 2\ v_c$ dove v_c = velocità del centro di massa del cilindro. Ma, allora, $a_p = 2\ a_c$. (1)

La reazione normale $\boldsymbol{R}_2$ esercitata dal cilindro sulla piastra deve essere uguale ed opposta alla forza peso $M\boldsymbol{g}$. Dunque $\boldsymbol{R}_2 = Mg\,\boldsymbol{j} = 58.8\text{ N}\,\boldsymbol{j}$ (2)

La reazione normale $\boldsymbol{R}_1$ del pavimento deve soddisfare il bilancio $\boldsymbol{R}_1 - \boldsymbol{R}_2 + m\boldsymbol{g} = 0$ e, quindi,

$\boldsymbol{R}_1 = (m+M)g\,\boldsymbol{j} = 88.2\text{ N}\,\boldsymbol{j}$ (3)

dove $\boldsymbol{j}$ è il versore dell'asse y nella figura sul testo.

2.2 - Indicando con $\boldsymbol{F}_1 = F_1\,\boldsymbol{i}$ ($\boldsymbol{i}$ è il versore dell'asse x riportato nel testo) la forza di attrito statico che il pavimento esercita sul cilindro e con $\boldsymbol{F}_2 = F_2\,\boldsymbol{i}$ quella che la piastra esercita sul cilindro (quella che il cilindro esercita sulla piastra è $-\boldsymbol{F}_2$), le equazioni per il moto si scrivono:

$$F - F_2 = Ma_p = 4ma_c \qquad (4)$$

$$F_1 + F_2 = ma_c \qquad (5)$$

dove nella (4) abbiamo sfruttato il risultato (1). Sono 2 equazioni in tre incognite a_c, F_1 e F_2. L'ultima equazione è quella per il moto di rotazione del cilindro rispetto al CM (II eq. cardinale):

$$-F_1 r + F_2 r = I\alpha = \frac{m}{2}r^2\frac{a_c}{r} \quad \Rightarrow \quad -F_1 + F_2 = \frac{m}{2}a_c \qquad (6)$$

La soluzione del sistema di equazioni (4), (5) e (6) è:

$$a_c = \frac{4}{19}\frac{F}{m} = 1.33\ 10^{-2}\text{ m/s}^2,\quad F_1 = \frac{1}{19}F = 10^{-2}\text{ N},\quad F_2 = \frac{3}{19}F = 3\ 10^{-2}\text{ N} \qquad (7)$$

SOLUZIONE ESERCIZIO 3: 3.1 - Poiché il verso di percorrenza della curva $ABCD$ è orario, il lavoro compiuto dalla macchina è positivo e, quindi, il sistema funziona come un motore. Dalla legge dei gas perfetti si deduce il volume V_A del punto A. Dunque, i parametri per A sono:

$$V_A = \frac{RT_A}{p_A} = 12.5\ 10^{-3}\text{ m}^3,\quad p_A = 2\ 10^5\text{ Pa},\quad T_A = 300\text{ K} \qquad (1)$$

Il volume in D è uguale a $V_C = 2\ V_A$ e la temperatura in D è $T_D = T_A$. Dunque:

$$V_D = 2\ V_A = 25\ 10^{-3}\text{ m}^3,\quad p_D = \frac{RT_D}{V_D} = \frac{RT_A}{2V_A} = \frac{p_A}{2} = 10^5\text{ Pa},\quad T_D = T_A = 300\text{K} \qquad (2)$$

Analogamente il punto C è rappresentato da:

$V_C = 2\ V_A = 25\ 10^{-3}\ m^3$, $p_C = 2\ p_D = p_A = 2\ 10^5$ Pa, $T_C = \dfrac{2p_A V_A}{R} = 2T_A = 600$ K (3)

infine:

$V_B = V_A = 12.5\ 10^{-3}\ m^3$, $p_B = \dfrac{RT_B}{V_B} = \dfrac{2RT_A}{V_A} = 2p_A = 4\ 10^5$ Pa, $T_B = T_C = 2T_A = 600$ K (4)

3.2- I calori nei vari tratti sono:

$Q_{AB} = C_v(T_B - T_A) = \dfrac{3}{2}RT_A = 3.74$ KJ , $Q_{CD} = C_v(T_D - T_C) = -\dfrac{3}{2}RT_A = -3.74$ KJ

$Q_{BC} = L_{BC} = RT_B \ln\dfrac{V_C}{V_B} = 2RT_A \ln 2 = 3.46$ KJ, $Q_{DA} = L_{DA} = RT_A \ln\dfrac{V_A}{V_D} = -RT_A \ln 2 = -1.73$ KJ

SOLUZIONE ESERCIZIO 4 - **4.1**- La piastra genera un campo elettrico uniforme lungo l'asse y perpendicolare alla piastra e diretto nel verso che va dalla piastra alla carica. La componente y del campo è $E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 1.69\ 10^5$ V/m e, quindi, la carica q è soggetta ad una forza attrattiva costante diretta lungo l'asse y con componente y pari a

$$F = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0} = -3.39\ 10^{-1}\ \text{N} \qquad (1)$$

Dunque, la particella ha un'accelerazione costante lungo y pari ad $a = \dfrac{q\sigma}{2\varepsilon_0 m} = -1.69\ 10^{6}\ m/s^2$. Le componenti x ed y della velocità variano, quindi, nel tempo secondo le leggi:

$$v_x = v_0 = 5\ \text{m/s} \qquad (2)$$
$$v_y = a\,t \qquad (3)$$

La particella urta la piastra al tempo

$$t = \sqrt{-\frac{2d}{a}} = 1.88\ 10^{-4}\ \text{s} \qquad (4)$$

Dunque $v_y = -318$ m/s (5)

Dunque: $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = 318$ m/s

l'angolo con cui la carica incide sulla piastra rispetto alla normale entrante è

$$\theta = \arctan\frac{v_x}{|v_y|} = 0.9° \qquad (6)$$

4.2 - Per motivi di simmetria la forza risultante è diretta nel verso della normale uscente dalla piastra (verso dalla piastra verso la carica). Dunque, ci basta calcolare solo la componente y che sarà negativa. La componente y della forza esercitata dalla carica puntiforme q su un elemento infinitesimo di carica dq è dF_y = dq E_y dove $E_y = -q\ d/(4\pi\varepsilon_0 R^3)$ è la componente y del campo elettrico generato dalla carica q nel punto dove si trova dq con $R = (d^2+r^2)^{1/2}$ dove r è la distanza di un punto sulla piastra dall'asse normale alla piastra passante per la carica q. Prendendo come elementi di carica anellini di raggio r e spessore dr, la carica dq è dq = $\sigma 2\pi r$ dr. Dunque:

$$dF_y = \frac{q\sigma\ d\ rdr}{2\varepsilon_0 \left(d^2 + r^2\right)^{3/2}} \qquad (7)$$

da cui $F_y = \displaystyle\int_0^\infty dF_y = \int_0^\infty -\frac{q\sigma\ d\ rdr}{2\varepsilon_0 \left(d^2 + r^2\right)^{3/2}} = -\frac{q\sigma}{2\varepsilon_0}$ (8)

che è proprio uguale ed opposta alla forza in eq.(1)

SOLUZIONE Esercizio 5. 5.1 - Applicando il teorema di Bernulli fra un punto A sulla superficie dell'acqua nel serbatoio e il punto B in fondo al tubo (a terra) e assumendo trascurabile la velocità in A ($S << S_0$), si trova $v_B = \sqrt{2g(h+h_0)}$ (1)

dove v_B è la velocità nel punto B. Ma la portata P del tubo è pari a $P = Sv_B$ e, quindi, sostituendo $v_B = P/S$ in eq.(1) si trova: $h = \dfrac{P^2}{2gS^2} - h_0$ = 2.35 m (2)

5.2 - Per il teorema di Bernulli, $\frac{1}{2}\rho v_C^2 + \rho g h_0 + p_C = p_0 + \frac{1}{2}\rho v_B^2$ (3)

Ma la sezione del tubo è costante e, quindi, per l'incomprimibilità dell'acqua, $v_C = v_B$. Dunque, dalla (3) si deduce: $p_C = p_0 - \rho\, g\, h_0 =$ 0.51 10^5 Pa (4)

Soluzione Esercizio 6 -

6.1- La forza magnetica tende ad accumulare le cariche libere positive sulla superficie inferiore e quelle negative sulla superficie finchè non si raggiunge la situazione di equilibrio. All'equilibrio, la forza agente su ogni carica libera presente all'interno del conduttore deve essere nulla, dunque:

$$q\left(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B}\right) = 0 \qquad \Rightarrow \qquad \vec{E} = -\vec{v}\times\vec{B} = vB\ \vec{j} = 0.4\ \vec{j}\ \text{V/m} \qquad (1)$$

Il campo elettrico è generato dalle cariche elettriche che si sono accumulate sulle superfici che devono essere uguali ed opposte perchè il conduttore è elettricamente scarico. Inoltre, poichè il campo è diretto verso l'alto, la carica sulla superficie inferiore è $Q > 0$ mentre su quella superiore è $-Q$. Il sistema di cariche è lo stesso di un condensatore piano e, quindi, il campo generato è lo stesso, cioè:

$$E = Q/\,(\varepsilon_0 L^2) \qquad (2)$$

Uguagliando i campi in eq.(1) e (2) si trova

$$Q = \varepsilon_0 L^2 vB = 142\ 10^{-15}\ \text{C} = 0.142\ \text{pC} \qquad (3)$$

La differenza di potenziale fra la superficie inferiore e quella superiore è:

$$\Delta V = -Ed = -1.2\ \text{mV} \qquad (4)$$

dove il segno - tiene conto del fatto che la carica positiva è sulla superficie inferiore.

6.2- La carica presente su ciascuna superficie può essere pensata come la somma di cariche infinitesime dQ. Queste cariche si muovono con la piastra a velocità $\boldsymbol{v}$ e sono soggette alla forza magnetica:

$$dQ\ \vec{v}\times\vec{B} = -dQ\ vB\ \vec{j} \qquad (5)$$

La forza totale agente su ciascuna superficie si ottiene integrando la (5). Dunque, se Q è la carica sulla superficie inferiore, la forze sulla superficie inferiore è diretta nel verso negativo dell'asse z ed ha modulo: $F_{inf} = Q\ v\ B = 5.68\ 10^{-14}$ N. (6)

La forza sulla superfcie superiore è uguale ed opposta alla precedente.

Il campo elettrostatico è uniforme nello spazio interno al conduttore di volume $V = L^2\ d$ ed è nullo al di fuori. Dunque l'energia elettrostatica è semplicemente

$$U = \varepsilon_0 E^2\ V/2 = \varepsilon_0 v^2 B^2 L^2\ d/2 = 8.50\ 10^{-17}\ \text{J} \qquad (7)$$