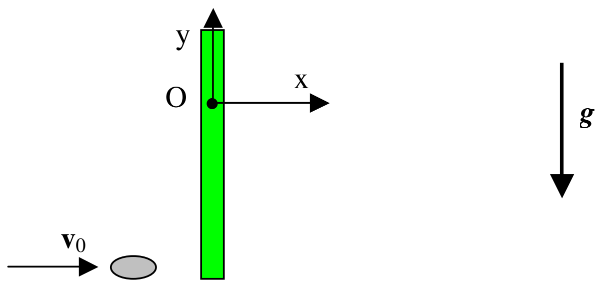
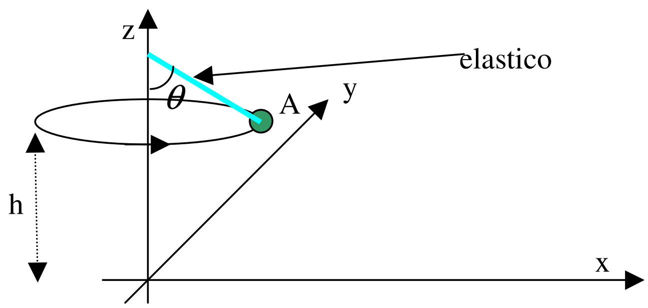
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 16 settembre 2013
Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4]
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4]
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5], Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

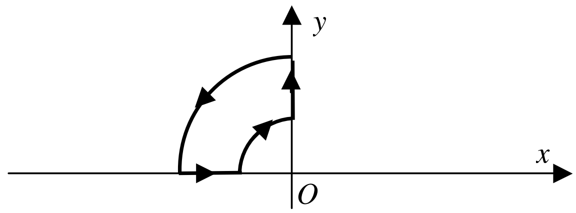
Esercizio 1: Un'asta di massa M = 0.3 Kg e lunghezza L = 2 m vincolata a ruotare attorno ad un asse orizzontale passante per il punto O come mostrato schematicamente in figura. Inizialmente l'asta si trova in equilibrio con l'estremo superiore a distanza $L/4$ da O. Ad un dato istante t = 0 s, Un proiettile di massa m = 50 g urta l'altro estremo dell'asta con velocità v_0 = 50 m/s diretta parallelamente all'asse x e si conficca nell'asta in un tempo trascurabile.



1.1 - Si calcoli la velocità angolare ω_0 dell'asta subito dopo l'urto.
1.2 - Si trovino le componenti cartesiane dell'impulso $\boldsymbol{I}$ della forza esercitata dall'asse sull'asta durante l'urto.
Esercizio 2 : Un corpo di massa m = 0.2 Kg è collegato all'estremità di un elastico di lunghezza a riposo L_0 = 40 cm e costante elastica K = 30 N/m. Il corpo viene messo in rotazione attorno all'asse verticale z ad altezza h = 2 m dal pavimento. Si osserva che l'elastico si è allungato di ΔL = 10 cm.

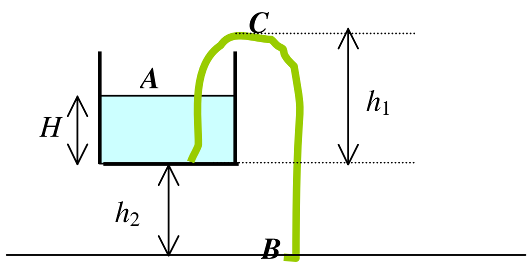


2.1 - Si trovi l'angolo θ formato dall'elastico con l'asse verticale e il periodo T di rotazione del corpo.
Ad un dato istante t = 0 s, quando il corpo si trova nel punto A del piano xz mostrato in figura, l'elastico si spezza.
2.2 - Si trovino le coordinate x ed y del punto di impatto fra il corpo e il pavimento.
Esercizio 3 (**NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE**)- Un gas monoatomico con n = 0.2 moli si trova inizialmente in equilibrio con volume V_0 = 2 litri e temperatura T_0 = 300 K. Il gas compie una trasformazione secondo la legge $p(V) = a\,V^2 + b$ dove a e b sono coefficienti costanti. La temperatura del gas quando il volume raddoppia è pari a 3 T_0.
3.1 - Si trovino i valori dei coefficienti a e b (con le corrette unità) e si dica se la trasformazione è adiabatica, isoterma, isocora o isobara.
3.2 - Si trovi il calore assorbito dal gas durante la trasformazione $V_0 \rightarrow 2V_0$.
Esercizio 4 (NON PER I CIVILI DI FISICA GENERALE I !!) Una spira conduttrice ha la forma mostrata in figura. I tratti circolari hanno raggi, rispettivamente, pari ad R = 5 mm e $2R$. Sulla spira si trova una densità di carica elettrica per unità di lunghezza pari a λ = 2 μC/m.

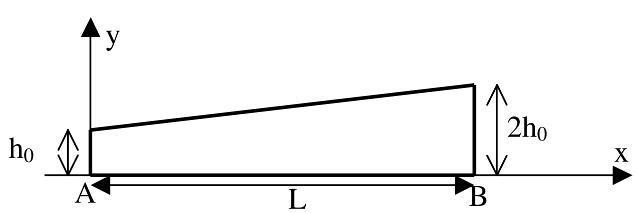


4.1 - Si trovi il lavoro L che deve essere fatto da un operatore per portare una carica elettrica q = 3 μC da distanza infinita nell'origine O al centro degli archi di circonferenza.
4.2 - Nella spira scorre una corrente i = 2 A in senso antiorario. Si trovino le componenti x, y e z (z è l'asse uscente dal piano della figura) del campo di induzione magnetica nell'origine O.

Esercizio 5 (SOLO PER CIVILI DI FISICA GENERALE I). Si vuole prelevare l'acqua contenuta in un grosso recipiente di sezione S_0 = 2 m^2 immergendo un tubo ad U (pieno di acqua) e di sezione interna S = 0.5 cm^2 come mostrato schematicamente in figura. Le altezze h_1, h_2 e H in figura sono h_1 =3 m , h_2 = 2 m e H = 2m. La pressione atmosferica è p_0 = 10^5 Pa.



5.1 - Si dica quanti chilogrammi di acqua si riescono a prelevare in 5 secondi e di quanto varia l'altezza di acqua nel serbatoio nello stesso tempo.
5.2 - Si trovi la pressione dell'acqua nel punto C in figura.
Esercizio 6 (SOLO PER STUDENTI CIVILI DI FISICA GENERALE): Una piastra conduttrice quadrata di lato L = 10 cm ha uno spessore che varia secondo la legge: $h(x) = h_0(1 + x/L)$ dove h_0 = 1 mm e l'asse x è parallelo ad uno dei lati della piastra e x = 0 corrisponde all'estremo A della piastra. La conducibilità elettrica della piastra è σ = 2 (ohm m)$^{-1}$ e fra gli estremi A e B è applicata una d.d.p. V_0 = 1.5 V.



6.1- Si calcoli la resistenza elettrica fra i punti A e B. (Suggerimento: la piastra può essere pensata come costituita come sovrapposizione di piastrine di spessore infinitesimo ortogonali all'asse x).
6.2 - Si trovino la densità di corrente e il campo elettrico nel punto di coordinata x = 5 cm.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- Durante l'urto, l'unica forza impulsiva agente sul sistema asta-proiettile è quella dell'asse che, però, è applicata in *O* e, quindi, ha momento di forza nullo rispetto ad *O*. Dunque, si conserva il momento angolare totale rispetto ad *O*. Dunque:

$$I_O \omega_0 = m v_0 \frac{3}{4} L \qquad (1)$$

dove I_O è il momento di inerzia del sistema (subito dopo l'urto) rispetto ad *O* che è pari a:

$$I_O = m\frac{9}{16}L^2 + M\frac{1}{12}L^2 + M\frac{1}{16}L^2 \quad = 2.88\ 10^{-1}\ \text{Kg m}^2 \qquad \Rightarrow$$

$$\omega_0 = \frac{\frac{3}{4} m v_0 L}{I_O} = 13.1\ \text{rad/s} \qquad (2)$$

1.2- La forza impulsiva esercitata dall'asse fornisce un impulso pari alla variazione della quantità di moto totale del sistema asta+corpo fra l'istante immediatamente prima dell'urto e quello immediatamente dopo. Ma la quantità di moto iniziale è data dal vettore:

$$\vec{P}_i = (m v_0, 0) = (2.5\ \text{Ns}\ ,\ 0\ \text{Ns}) \qquad (3)$$

mentre, dopo l'urto, il *CM* della barra ha velocità diretta lungo x con componente x pari a $V_x = \omega_0 L/4$, mentre il corpo ha velocità diretta lungo x con componente x pari a $v_x = 3\omega_0 L/4$. Conseguentemente, la quantità di moto finale è:

$$\vec{P}_f = (m v_x + M V_x, 0) = (\frac{1}{4} M \omega_0 L + \frac{3}{4} m \omega_0 L, 0) = (\ 2.94\ \ \text{Ns},\ 0\ \text{Ns}) \qquad (4)$$

Dunque, l'impulso della forza è

$$\vec{I} = \vec{P}_f - \vec{P}_i = (\ +0.44\ \text{Ns},\ 0\ \text{Ns}) \qquad (5)$$

Soluzione Esercizio 2.

2.1 - Poichè l'allungamento dell'elastico è ΔL, allora l'elastico esercita sul corpo una forza $\boldsymbol{F}$ costante in modulo ($F = K\,\Delta L = 3$ N). La forza puo' essere scomposta in una componente z pari a $F\cos\theta$ ed una componente centripeta pari a $F\sin\theta$. La II legge di Newton si scrive:

$$F\cos\theta = mg \qquad \Rightarrow \qquad \theta = \arccos\frac{mg}{F} = 49.2\ ° \qquad (1)$$

e $$F\sin\theta = m\omega^2 (L_0 + \Delta L)\sin\theta \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{F}{m(L_0 + \Delta L)}} = 5.48\ \text{rad/s} \qquad (2)$$

Dunque, il periodo di rotazione è $T = 2\pi/\omega = 1.15$ s (3)

2.2 - Quando il corpo si trova in *A*, le sue coordinate sono

$x_A = (L_0 + \Delta L)\sin\theta = 0.378$ m (4)

$y_A = 0$ e $z_A = h = 2$ m (5)

mentre la sua velocità è diretta lungo l'asse y con componente y pari a

$v_A = \omega x_A = 2.07$ m/s (6)

Quando l'elastico si rompe, il corpo compie il moto uniformemente accelerato descritto dalle relazioni:

$x = x_A =$ costante (7)

$y = v_A t$ (8)

$z = h - gt^2/2$ (9)

Il corpo arriva a terra quando $z = 0$, cioè $t = \sqrt{\dfrac{2h}{g}}$ =0.64 s (10)

e, quindi, la coordinata y è $y = v_A t$ = 1.32 m (11)

SOLUZIONE ESERCIZIO 3:

3.1 - La trasformazione è reversibile perchè avviene attraverso stati di equilibrio (è rappresentabile con una curva continua nel piano p-V). Per la legge dei gas perfetti, deve valere l'uguaglianza:

$$p_0 V_0 = aV_0^3 + bV_0 = nRT_0 \tag{1}$$

Inoltre, quando V= 2 V_0 , T = 3 T_0 e, quindi:

$$8aV_0^3 + 2bV_0 = 3nRT_0 \tag{2}$$

Risolvendo il sistema di equazioni (1) e (2) lineari nelle incognite a e b, si trova

$$a = \frac{nRT_0}{6V_0^3} = 1.04\ 10^{10}\ \text{Pa/m}^6 \quad \text{e} \quad b = \frac{5nRT_0}{6V_0} = 2.08\ 10^5\ \text{Pa} \tag{3}$$

Poichè a è diverso da zero, la trasformazione non è isoterma, non è adiabatica, non è isocora e neppure isobara (per a = 0 sarebbe isocora).

3.2- Il lavoro fatto dal gas è

$$L = \int_{V_0}^{2V_0} (aV^2 + b)dV = \frac{7}{3}aV_0^3 + bV_0 = 610\ \text{J} \tag{4}$$

Per il primo principio della termodinamica:

$$Q = L + \Delta U = L + \frac{9}{2}nRT_0 - \frac{3}{2}nRT_0 = L + 3nRT_0 = 2.11\ 10^3\ \text{J} \tag{5}$$

Soluzione Esercizio 4 - **4.1**- Il lavoro fatto per portare la carica elettrica q in O è $L = q\ V(O)$ dove $V(O)$ è il potenziale elettrostatico generato dalla spira in O che è la somma dei potenziali generati dai tratti rettilinei e da quelli circolari. Per simmetria, i tratti rettilinei generano lo stesso potenziale e, quindi, basta calcolare il potenziale prodotto dal tratto allineato lungo x che è:

$$V_R(O) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_{-2R}^{-R}\frac{-dx}{x} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln 2 = 1.25\ 10^4\ \text{V} \tag{1}$$

Il tratto circolare di raggio R genera in O il potenziale:

$$V_c(O) = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 R}\int dl = \frac{\lambda}{8\varepsilon_0} = 2.82\ 10^4\ \text{V} \tag{2}$$

Come si vede, il potenziale non dipende dal raggio e, quindi, il potenziale dell'arco di raggio 2R ha lo stesso valore. Ma allora il lavoro L è:

$$L = qV(O) = q\{2[V_R(O) + V_c(O)]\} = 2.44\ 10^{-1}\ \text{J} \tag{3}$$

4.2- Dalla seconda legge elementare di Laplace si deduce immediatamente che il campo prodotto in O dai fili rettilinei è nullo (**dl** x **r** = 0). Dunque, il campo magnetico è dovuto solamente ai tratti circolari. Il campo è perpendicolare al piano della figura. Inoltre, il campo prodotto dall'arco di raggio 2R è uscente (verso positivo di z) mentre l'altro è entrante. Dunque:

$$B_x(O) = 0 \quad , \quad B_y(O) = 0 \ \text{e} \quad B_z(O) = B_{2R}(O) - B_R(O) \tag{4}$$

dove $B_{2R}(O)$ e $B_R(O)$ sono i moduli dei campi prodotti dal filo di raggio 2R ed R. Il campo di un arco di cerchio di raggio r percorso da corrente i ha modulo:

$$B_r(O) = \int \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{dl}{r^2} = \frac{\mu_0 i}{4\pi}\frac{}{r^2}\int dl = \frac{\mu_0 i}{8r} \tag{5}$$

dunque, sostituendo i valori r = 2R e r =R, la componente z del campo risultante è:

$$B_z(O) = B_{2R}(O) - B_R(O) = -\frac{\mu_0 i}{16R} = -3.14\ 10^{-5}\ \text{T} \qquad (6)$$

SOLUZIONE Esercizio 5. 5.1 - Applicando il teorema di Bernulli fra un punto A sulla superficie dell'acqua nel serbatoio e il punto B in fondo al tubo (a terra) e assumendo trascurabile la velocità in A ($S << S_0$), si trova

$$v_B = \sqrt{2g(H+h_2)} = 8.85\ \text{m/s} \qquad (1)$$

dove v_B è la velocità nel punto B. La massa che esce dal tubo nel tempo Δt = 5 s è:

$$M = \rho S v_B \Delta t = 2.21\ \text{Kg} \qquad (2)$$

Per l'incomprimibilità dell'acqua, la velocità v_A della superficie dell'acqua nel serbatoio soddisfa la condizione:

$$v_A = \frac{S}{S_0} v_B = 2.21\ 10^{-4}\ \text{m/s} \qquad (3)$$

Ma allora, l'abbassamento del livello dell'acqua nel serbatoio nel tempo Δt = 5 s è:

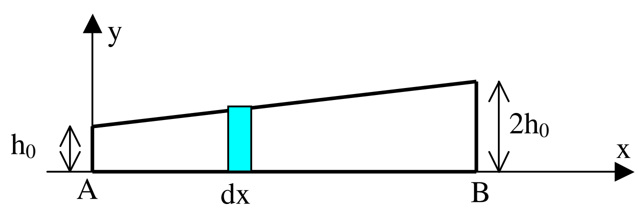
$$\Delta h = v_A\,\Delta t = 1.10\ 10^{-3}\ \text{m} = 1.10\ \text{mm} \qquad (4)$$

5.2 - Applicando il teorema di Bernulli fra i punti C e B e sfruttando il fatto che, per l'incomprimibilità, le velocità in B e C sono uguali, si trova

$$p_C = p_0 - \rho g(h_1 + h_2) = 5.1\ 10^{4}\ \text{Pa} \qquad (5)$$

SOLUZIONE ESERCIZIO 6 -

6.1- Suddividiamo idealmente la piastra in piastrine infinitesime in serie di spessore dx e lati di lunghezza L e $h(x)$ come mostrato in figura.



Ciascuna piastrina ha una resistenza infinitesima

$$dR = \frac{dx}{\sigma L h(x)} = \frac{dx}{\sigma L h_0 (1 + x/L)} \qquad (1)$$

Poichè le resistenze sono in serie, la resistenza equivalente è la somma delle resistenze elementari:

$$R = \int dR = \int_0^L \frac{dx}{\sigma L h_0 (1 + x/L)} = \frac{1}{\sigma h_0} \ln 2 = 347\ \Omega \qquad (2)$$

6.2 - La corrente è diretta da A a B ed è pari a $i = V_0/R = 5.76\ 10^{-3}$ A. Ma allora, la densità di corrente $\boldsymbol{J}$ nel punto x=5 cm è un vettore diretto lungo l'asse x nel verso positivo di modulo:

$$J = 2\,i\,/[3Lh(\,x = 5\ \text{cm})] = 28.8\ \text{A/m}^2 \qquad (3)$$

mentre il campo elettrico è anch'esso diretto lungo l'asse x nel verso positivo ed è pari in modulo a:

$$E = J\,/\,\sigma = 14.4\ \text{V/m} \qquad (4)$$