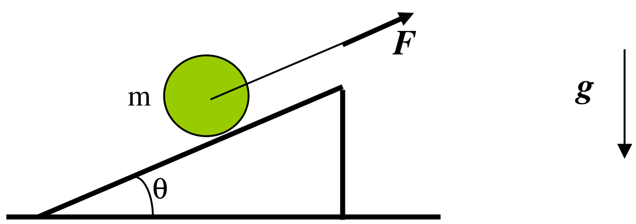
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 21/02/2013

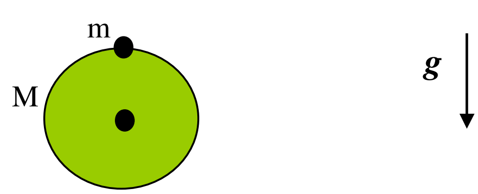
Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4]
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4]
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5]
Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

Esercizio 1 - Un cilindro omogeneo di massa m = 2 kg e raggio r = 10 cm è appoggiato su un piano inclinato di angolo $\theta = 30°$. Una fune inestensibile e di massa trascurabile ha un'estremità collegata all'asse del cilindro mentre, sull'altra estremità è applicata una forza F = 15 N come mostrato in figura. Il coefficiente di attrito statico fra piano inclinato e cilindro è $\mu = 0.5$.



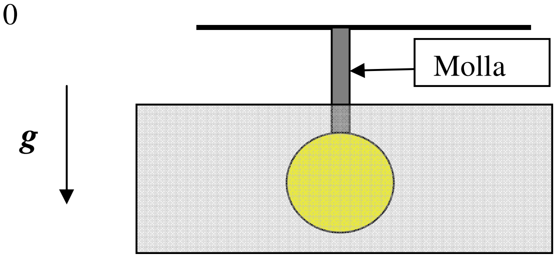
1.1 – Supponendo che il moto del cilindro sia di rotolamento puro, si trovi l'accelerazione del cilindro .
1.2 – Si dica quale è il valore massimo F_{max} che può avere la forza F se si vuole che il cilindro non scivoli.

Esercizio 2- Un disco omogeneo di massa M = 0.5 Kg e raggio r = 10 cm può ruotare senza attrito attorno al proprio asse orizzontale in presenza del campo di gravità (vedi la figura). Un corpo di dimensioni trascurabili e massa m = M si trova fissato sul bordo del disco inizialmente nella posizione in alto mostrata in figura. Il disco è inizialmente fermo.

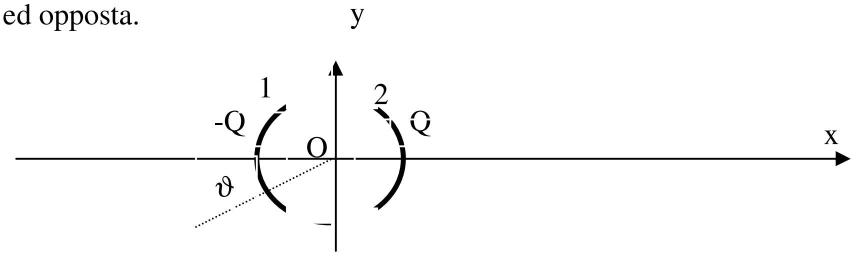


2.1 - Si trovi la massima velocità angolare raggiunta dal disco.
2.2- Si trovi la forza ***F*** (direzione, verso e modulo) esercitata dall'asse sul disco quando la velocità angolare è massima.

Esercizio 3 – Una sfera di massa m = 2 kg e raggio r = 3 cm è sospesa ad una molla di costante elastica K incognita. La sfera viene totalmente immersa in un fluido e si osserva che la lunghezza della molla varia di $|\Delta x|$ = 2 cm. Ad un dato istante la molla si rompe e, subito dopo la rottura, la sfera comincia a cascare con accelerazione $a = 9g/10$
3.1 - Si trovi la densità ρ del fluido.
3.2 - Si trovi la costante elastica K della molla.

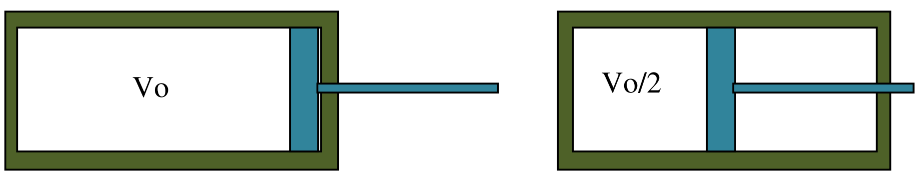


Esercizio 4 - due fili (1 e 2) hanno forma circolare di raggio r = 5 cm (¼ di circonferenza ciascuno , angolo θ compreso fra – π/4 e π/4) e centro O e sono disposti nel piano xOy come in figura. Il filo 2 è caricato uniformemente con una carica elettrica Q = 3 nC mentre il filo 1 con carica uguale ed opposta.

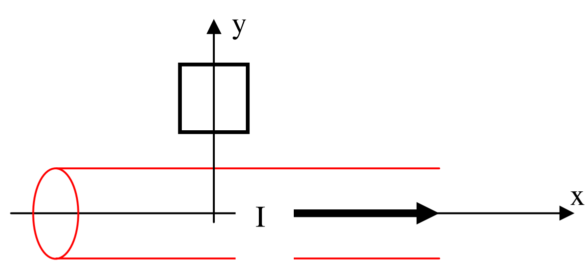


4.1 - Si trovino le componenti x, y e z del campo elettrico nel punto O (z è l'asse uscente dal piano della figura e passante per O).
4.2 – Si trovi il lavoro che deve essere fatto da un operatore per portare una carica elettrica Q dall'infinito fino al punto P sull'asse z ad altezza $z = r$.

Esercizio 5 – In un cilindro a pareti adiabatiche può scorrere senza attrito un pistone adiabatico come mostrato schematicamente in figura. n = 0.2 moli di gas ideale monoatomico occupano inizialmente il volume V_0 alla temperatura T_0. Con una trasformazione reversibile il volume del gas viene portato a $V_1 = V_0/2$. Dopodichè il pistone viene tenuto fermo nella posizione finale e una valvola viene aperta nel pistone in modo che il gas si espanda liberamente fino ad occupare il volume iniziale V_0. Il lavoro totale fatto dal gas nell'intero processo (compressione reversibile + espansione libera) è pari a W = - 500 J.
5.1 - Si calcoli la temperatura iniziale del gas T_0.
5.2 – Si calcoli la temperatura finale T_f del gas.



Esercizio 6 - Un lungo conduttore cilindrico omogeneo di raggio r = 2 cm è percorso da una corrente distribuita uniformemente nel verso positivo dell'asse x che varia nel tempo secondo la legge $I = a\,t$, dove a è un coefficiente di valore a = 3 A/s. Una spira conduttrice quadrata dl lato L = 4 cm e resistenza R = 200 Ω si trova disposta come in figura con il lato più vicino all'asse che si trova a distanza $d = L$ da esso.



6.1 – Trascurando l'induttanza della spira, si calcoli la corrente i indotta nella spira al tempo t = 1 s e si dica se il suo verso è orario o antiorario.
6.2 - Si trovi la forza esercitata sulla spira all'istante t = 1 s e si dica se è attrattiva o repulsiva.
ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- La tensione della fune è $T = F$. Conseguentemente, le equazioni cardinali per il moto del cilindro sono la I cardinale: $F - mg\sin\theta - F_s = ma$ (1)

dove F_s è la forza di attrito statico e la II cardinale (rispetto al punto di contatto)

$$(F - mg\sin\theta)r = \frac{3}{2}mr^2\alpha \quad \Rightarrow \quad (F - mg\sin\theta) = \frac{3}{2}ma \qquad (2)$$

dove si è utilizzata la condizione di rotolamento puro $a = \alpha r$. Risolvendo il sistema si trova:

$$F_s = \frac{F - mg\sin\theta}{3} \quad \text{e} \quad a = \frac{2(F - mg\sin\theta)}{3m} \qquad (3)$$

Sostituendo i valori numerici si ottiene $a = 1.73$ m/s^2.

1.2 - La forza di attrito statico necessaria per indurre un moto di rotolamento puro è data dalla prima delle equazioni (3). Tale forza deve essere inferiore alla massima forza di attrito statico $F^* = \mu R = \mu mg\cos\theta$. Dunque,

$$\frac{F - mg\sin\theta}{3} < \mu mg\cos\vartheta \quad \Rightarrow \quad F < F_{\max} = 3\mu mg\cos\vartheta + mg\sin\theta = 35.26 \text{ N} \qquad (4)$$

Soluzione Esercizio 2. **2.1**- Poiché non c'è attrito, si conserva l'energia meccanica. Prendendo come zero dell'energia potenziale la superficie orizzontale passante per l'asse, l'energia meccanica iniziale è : $E_i = U_i = mg\,r$ (1)

La velocità angolare è massima quando il corpo di massa m è nel punto di minima energia potenziale (minima altezza). L'energia meccanica in tale punto è:

$$E_f = -mgr + M\omega^2 r^2/4 + m\omega^2 r^2/2 = -mgr + 3m\omega^2 r^2/4 \qquad (2)$$

Imponendo che l'energia si sia conservata ($E_i = E_f$) si trova: $\omega = \sqrt{\dfrac{8g}{3r}} = 16.2$ rad/s (3)

2.2 – La somma delle forze esterne agenti sul sistema (disco + corpo) è pari alla variazione di quantità di moto totale o, equivalentemente, alla massa totale 2 m moltiplicata per l'accelerazione del C.M. Il centro di massa si trova a distanza dal centro pari a $d = m\,r/(2\,m) = r/2$ e compie un moto circolare. Nel punto di minima altezza, la velocità del C.M. è massima (dv/dt =0). Dunque, in tal punto, l'accelerazione tangenziale è nulla e l'accelerazione è solo centripeta diretta lungo l'asse z verticale diretto verso l'alto. Ma allora, poiché la forza peso è verticale, anche la forza $\boldsymbol{F}$ esercitata dall'asse è verticale e basta calcolare solamente la componente z che si ottiene utilizzando la I equazione Cardinale: $F_z - 2mg = 2m\,\omega^2 d \;\Rightarrow F_z = \dfrac{14}{3}mg = 22.9$ N (4)

Soluzione Esercizio 3 - 3.1 – Quando è immersa, la sfera è sottoposta alla forza di Archimede rivolta verso l'alto e pari a $F_A = 4\pi\rho g r^3/3$ e conseguentemente l'allungamento della molla rispetto alla posizione di riposo si riduce di $|\Delta x|$. Inizialmente l'allungamento era tale da soddisfare l'equazione $mg = Kx \quad \Rightarrow \quad x = mg/K$ (1)

Mentre, alla fine, deve essere $mg - 4\pi\rho g r^3/3 = K(x - |\Delta x|)$ (2)

Sostituendo la (1) nella (2) si trova: $K = 4\pi\rho g r^3/(3\,|\Delta x|)$ (3)

Immediatamente dopo la rottura della molla, la velocità della sfera è nulla e, quindi, la forza di attrito viscoso è nulla e le uniche forze agenti sono la forza peso e quella di Archimede. Ma allora, applicando la II legge di Newton e tenendo conto della condizione $a = 9g/10$, si scrive:

$$mg - 4\pi\rho g r^3/3 = 9\,mg/10 \quad \Rightarrow \quad \rho = 3\,m/(40\,\pi\,r^3) = 1.77\;10^3 \text{ Kg/m}^3 \qquad (4)$$

3.2 - La costante elastica si trova sostituendo la densità ρ di eq.(4) nella (3) ed è

$$K = mg/(10|\Delta x|) = 98 \text{ N/m} \qquad (5)$$

Soluzione Esercizio 4 - 4.1 : I piani xOy e xOz sono piani di simmetria e, quindi, il campo è orientato lungo l'intersezione (asse x). Dunque $E_y = 0$ e $E_z = 0$. Inoltre il contributo in O dell'arco di circonferenza 1 è uguale in modulo e verso a quello del filo 1. Dunque, il campo risultante è il doppio di quello dovuto solamente al filo 1. L'elemento infinitesimo di filo di lunghezza dl sul filo 1 ha carica $dq = -2Q\, dl/(\pi r) = -2Q\, d\theta/\pi$ e genera in O un campo di modulo $dE_1 = dq/(4\pi r^2)$. La componente x del campo è, perciò: $dE_{1x} = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\cos\theta = -\dfrac{Q\ \cos\theta}{2\pi^2\varepsilon_0 r^2}d\theta$ (1)

Il campo totale si ottiene, perciò, integrando la (1) e moltiplicando per 2 (i fili sono 2):

$$E_x = -\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\frac{Q\ \cos\theta}{\pi^2\varepsilon_0 r^2}d\theta = -\frac{Q}{\pi^2\varepsilon_0 r^2}\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\cos\theta\ d\theta = -\frac{2Q}{\pi^2\varepsilon_0 r^2}\sin(\pi/4) = -\frac{\sqrt{2}Q}{\pi^2\varepsilon_0 r^2} = 1.94\ 10^4 \text{ V/m} \quad (2)$$

4.2 – Il lavoro fatto per portare la carica Q è pari a $L = Q\,V$, dove V è il potenziale nel punto P. Ma il punto P giace sull'asse z che è equidistante da ciascun elemento di entrambi gli archi 1 e 2. Ne consegue che per ogni elemento di carica dq_1 sul filo 1 ce n'è uno con carica opposta sul filo 2 che genera un potenziale uguale ed opposto. Dunque, il potenziale risultante è nullo e $L = 0$.

Soluzione Esercizio 5 - 5.1 – La 1° trasformazione è adiabatica reversibile e il lavoro fatto dal gas è

$$W_a = -\Delta U = 3\,n\,R\,(T_0 - T_1)/2 \quad (1)$$

Dove T_1 è la temperatura alla fine della trasformazione reversibile. D'altra parte, nell'espansione libera il lavoro e il calore assorbito sono nulli, dunque la temperatura finale T_f è uguale a T_1. Il lavoro totale W fatto dal gas nell'intero processo coincide, quindi, con W_a. In una adiabatica reversibile di un gas monoatomico vale, inoltre, l'uguaglianza

$$T_0\,V_0^{2/3} = T_1\,(V_0/2)^{2/3} \qquad \Rightarrow \qquad T_f = T_1 = 2^{2/3}\,T_0 \quad (2)$$

Sostituendo $T_1 = T_f$ di eq.(2) e W_a con W nella (1) si trova:

$$W = 3\,n\,R\,(1 - 2^{2/3})\,T_0/2 \qquad \Rightarrow \qquad T_0 = \frac{-2W}{3nR(2^{2/3}-1)} = 341 \text{ K} \quad (3)$$

5.2 - La temperatura finale si ottiene dalla (2): $T_f = 2^{2/3}\,T_0 = 542$ K (4)

Soluzione Esercizio 6 - 6.1 - Il flusso del campo magnetico generato dal filo sulla spira è

$$\Phi = \int_L^{2L}\frac{\mu_0 at}{2\pi}\frac{L}{r}dr = \frac{\mu_0 Lat}{2\pi}\ln(2) \quad (1)$$

Prendendo il verso di circuitazione positivo antiorario, la corrente nella spira si trova utilizzando la legge di Faraday

$$i = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\mu_0 La}{2\pi R}\ln(2) = -8.32\ 10^{-11} \text{ A} \quad (2)$$

Il segno – indica che la corrente è in verso opposto al verso di circuitazione (verso antiorario) e, quindi, è in verso orario come previsto dalla legge di Lenz.

6.2 - La spira è immersa nel campo del filo che è uscente dal piano della figura e esercita la forza di Laplace. Le forze agenti sui lati allineati lungo y sono uguali ed opposte e, quindi, non danno contributo alla forza risultante. Le forze di Laplace $i\,\boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$ sui lati in $y = L$ e $y = 2L$ sono dirette lungo l'asse y ed opposte fra. La componente y della forza risultante ad un generico istante t è:

$$F_y = -iL\left[\frac{\mu_0 at}{2\pi L} - \frac{\mu_0 at}{4\pi L}\right] = \frac{\mu_0 La}{2\pi R}\ln(2)L\left[\frac{\mu_0 at}{4\pi}\right] \quad (3)$$

Il segno positivo indica che la forza è attrattiva. Al tempo $t = 1$ s, $F_y = 9.98\ 10^{-19}$ N.