Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE 4 luglio 2014.

Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4]
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4]
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5]
Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

Esercizio 1 - Due carrelli ferroviari di massa M = 1000 Kg viaggiano su un binario rettilineo lungo l'asse x con velocità di modulo v_0 = 0.3 m/s in verso opposto. I respingenti dei due carrelli sono costituiti da due molle identiche di costante elastica $K = 10^5$ N/m. I respingenti iniziano a toccarsi al tempo t = 0 s. Supponendo trascurabili gli attriti,

1.1 – si trovi la massima compressione raggiunta da ciascuna molla durante l'urto e le velocità dei due carrelli dopo l'urto quando si allontanano nuovamente l'uno dall'altro.

1.2 – Un corpo di massa trascurabile è appoggiato sul pianale di uno dei carrelli e si osserva che non scivola mai durante l'urto. Quali sono i possibili valori del coefficiente di attrito statico?

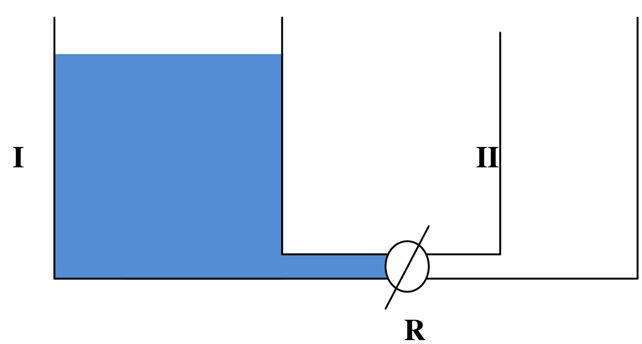
Esercizio 2- Un'asta di lunghezza L = 20 cm e massa m = 0.2 kg è collegata alle estremità a due masse puntiformi $m_1 = m$ e $m_2 = 2\ m$. L'asta giace su un piano orizzontale ed è libera di ruotare senza attrito attorno ad un asse verticale passante per il suo centro.

2.1 - Si Calcoli il lavoro necessario per mettere in rotazione l'asta con velocità angolare ω = 60 rad/s.

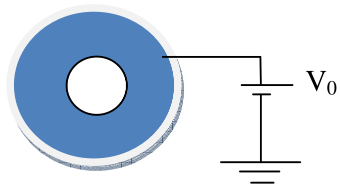
2.2 – Si trovi il modulo della forza che l'asse di rotazione esercita sull'asta quando essa ruota con la velocità angolare della domanda precedente.

Esercizio 3 – Una bacinella I di sezione S_{I} = 100 cm^2 è riempita con 1 litro di acqua in presenza dell'atmosfera a pressione p_0 = 1 Atm. Una seconda bacinella II di sezione S_{II} = 50 cm^2 è collegata con la prima con un tubicino di sezione trascurabile con il rubinetto R chiuso. Ad un dato istante, il rubinetto R viene aperto e si aspetta che il sistema raggiunga l'equilibrio.

3.1– Si trovi il valore della variazione di pressione sul fondo della bacinella I fra l'istante iniziale (prima dell'apertura del rubinetto) e quello finale quando viene raggiunto il nuovo equilibrio.
3.2– Si trovi il lavoro fatto dalla gravità durante l'intero processo.



Esercizio 4 - Una sfera conduttrice cava elettricamente scarica ha raggio interno R_1 = 5 cm e raggio esterno R_2 = 10 cm. Al centro della sfera si trova una carica puntiforme Q = 100 pC. Ad un dato istante, la sfera viene collegata ad una batteria di f.e.m. V_0 = 9 V come mostrato in figura.



4.1– Si trovi la carica elettrica che viene richiamata da terra sul conduttore e il lavoro fatto dal generatore facendo attenzione al segno.

4.2 – Si calcoli il potenziale V (rispetto all'infinito) generato dalle sole cariche elettriche presenti sul conduttore (senza la carica Q posta al centro) nel punto al centro della sfera.

Esercizio 5 – Tre blocchi di rame 1, 2 e 3 identici sono in contatto all'interno di un contenitore adiabatico. I blocchi 1 e 2 si trovano inizialmente a temperatura T_0 = 100 °C. Si trova che la temperatura finale di equilibrio è pari a T_f = 50 °C. Si conosce il calore specifico del rame che è c = 386 J/kg K)

5.1 – Si trovi la temperatura iniziale del blocco 3.
5.2 – Sapendo che il calore ceduto da ciascuno dei blocchi 1 e 2 è pari a Q = 19300 J, si trovi la massa dei blocchi.

Esercizio 6 - Una spira di raggio R = 10 cm è caricata uniformemente con una carica elettrica Q = 1 μC. Una particella puntiforme con carica Q e massa m = 1 g si trova in un punto sull'asse x della spira a distanza $h = R$ dal centro.

6.1 – si trovi la forza agente sulla carica puntiforme

6.2- Supponendo che la carica puntiforme si muova lungo l'asse verso il centro della spira con velocità iniziale v_0 = 10 m/s, si trovi la velocità minima raggiunta dalla carica..

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- Nell'urto si conserva l'energia meccanica e la componente x della quantità di moto. Nel momento di massima compressione la velocità dei due carrelli lungo l'asse x ha lo stesso valore v e, inoltre, per simmetria, le compressioni delle due molle sono uguali e pari ad un valore Δx. Dunque:

$$2mv = mv_0 - mv_0 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad v = 0 \tag{1}$$

e

$$2\frac{mv^2}{2} + 2\frac{k\Delta x^2}{2} = 2\frac{mv_0^2}{2} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta x = \sqrt{\frac{m}{k}}v_0 = 0.03 \text{ m} = 3 \text{ cm} \tag{2}$$

Quando le masse si staccano nuovamente, essendo l'urto totalmente elastico e le masse uguali, esse si scambiano le velocità tornando indietro con velocità uguali ed opposte a quelle iniziali.

1.2 - La massa m scivola se la forza di attrito necessaria per restare ferma supera in modulo il massimo valore pari a $\mu_s\ mg$. Ma se la massa non scivola, la sua accelerazione è pari all'accelerazione del carrello che è, in modulo:

$$a = \frac{k\Delta x}{m+M} \cong \frac{k\Delta x}{M} \tag{3}$$

E, quindi, il modulo della forza di attrito è $F_s = ma$ che raggiunge il massimo valore quando Δx è massimo (eq.(2)). D'altra parte

$$F_s = \frac{mk\Delta x}{M} < \mu_s mg \qquad \Rightarrow \qquad \mu_s > \frac{k\Delta x}{Mg} = 0.31 \tag{4}$$

Soluzione Esercizio 2. **2.1**- Il momento di inerzia del sistema rispetto all'asse di rotazione è:

$$I = m\frac{L^2}{12} + 2m\frac{L^2}{4} + m\frac{L^2}{4} = 10m\frac{L^2}{12} = 6.66\ 10^{-3} \text{ kg m}^2 \tag{1}$$

Non essendoci attriti, il lavoro necessario per mettere in rotazione l'asta è:

$$\frac{1}{2}I\omega^2 \approx 12 \text{ J} \tag{2}$$

2.2 – Il centro di massa del sistema si trova in un punto dell'asta adistanza

$$r = \frac{2m\frac{L}{2} - m\frac{L}{2}}{4m} \qquad \Rightarrow \qquad r = \frac{L}{8} = 2.5\ 10^{-2} \text{ m} \tag{3}$$

Il centro di massa ruota con velocità angolare costante attorno all'asse e, quindi, ha un'accelerazione centripeta pari in modulo ad $a = \omega^2 r$. Per la I cardinale, la forza esercitata dall'asse è, in modulo,

$$F = 4m\omega^2 r = m\omega^2\frac{L}{2} \approx 72 \text{ N} \tag{4}$$

ed è diretta nel verso centripeto.

Soluzione Esercizio 3 - 3.1 – Inizialmente, se indichiamo con $V = 10^{-3}$ m^3 il volume di acqua, l'altezza h_i nella bacinella I è:

$$h_i = V/S_I = 10^{-1} \text{ m} \tag{1}$$

Per la legge di Stevino, la pressione iniziale sul fondo della bacinella I è:

$$p_i = p_0 + \rho g h_i \tag{2}$$

Alla fine le altezze dell'acqua nei due recipienti hanno lo stesso valore h_f che, per la conservazione della massa deve soddisfare la condizione:

$$S_I h_f + S_{II} h_f = V \quad \Rightarrow \quad h_f = \frac{V}{S_I + S_{II}} \approx 6.6\ 10^{-2}\ \text{m} \tag{3}$$

Conseguentemente, la pressione finale è:

$$p_f = p_0 + \rho g h_f \tag{4}$$

Dunque: $\Delta p = p_f - p_i = \rho g\,(h_f - h_i) = -\ 3.3\ 10^2$ Pa (5)

3.2 – All'inizio, il centro di massa dell'acqua è ad altezza $h_i/2$ e l'energia potenziale è

$$U_i = \frac{\rho g V h_i}{2} \approx 0.49\ \text{J} \tag{6}$$

dove abbiamo assunto come zero dell'energia il fondo del recipiente Alla fine, l'energia potenziale è

$$U_i = \frac{\rho g V h_f}{2} \approx 0.33\ \text{J} \tag{7}$$

Il lavoro fatto dalla gravità è $L = U_i - U_f = 0.16$ J (8)

Soluzione Esercizio 4 - 4.1 : Applicando il Teorema di Gauss ad una superficie interna alla sfera si deduce che la carica che si deposita sulla superficie interna è $-Q$. Inizialmente, essendo il conduttore scarico, sulla superficie esterna si accumula perciò una carica iniziale

$$Q_i = Q \tag{1}$$

Quando il conduttore viene collegato alla batteria, la carica sulla superficie interna deve restare invariata (il campo interno al conduttore è ancora zero) mentre la carica esterna diventerà Q_f in modo da portare il potenziale del conduttore a V_0. Ma applicando il Teorema di Gauss a superfici sferiche di raggio $r > R_2$, si trova che il campo esterno è

$$E = \frac{Q_f}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \tag{2}$$

Integrando il campo si ottiene il potenziale del conduttore che deve essere pari a V_0.

$$V_0 = \int_{R_2}^{\infty} E dr = \int_{R_2}^{\infty} \frac{Q_f}{4\pi\varepsilon_0 r^2} dr = \frac{Q_f}{4\pi\varepsilon_0 R_2} \quad \Rightarrow \quad Q_f = 4\pi\varepsilon_0 R_2 V_0 \tag{3}$$

La carica che viene portata sul conduttore è, perciò: $\Delta Q = Q_f - Q \approx 0$ (4)

E il lavoro fatto dal generatore è $L = \Delta Q V_0 = 0$.

4.2 –Per calcolare il potenziale generato dalle cariche $-Q$ e Q_f presenti sulle superfici del conduttore bisogna prima trovare il campo in ogni regione di spazio applicando il teorema di Gauss a superfici sferiche di raggio r. Si trova:

$E = 0$ per $r < R_1$, $E = -Q / (4\pi\varepsilon_0 r^2)$ per $R_1 < r < R_2$ e $E = (Q_f - Q) / (4\pi\varepsilon_0 r^2)$ per $R_1 < r < R_2$

Il potenziale nel centro è, quindi:

$$V_0 = \int_0^{R_1} E dr + \int_{R_1}^{R_2} E dr + \int_{R_2}^{\infty} E dr = \frac{Q_f}{4\pi\varepsilon_0 R_2} - \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_1} \approx \ -9\ \text{V} \tag{5}$$

Soluzione Esercizio 5 –

5.1 – .Il sistema è isolato termicamente e, quindi:

$$m\,c\,(T_f - T_i) + m\,c\,(T_f - T_i) + m\,c\,(T_f - T) = 0 \tag{1}$$

dove $T_i = 100$ °C e $T_f = 50$ °C. Dalla (1) si ricava la temperatura iniziale T del blocco 3 che è:

$$T = 3\,T_f - 2\,T_i = -\ 50\ °\text{C} \tag{2}$$

5.2- Il calore ceduto dai blocchi 1 e 2 è

$$Q = m\,c\,(T_\mathrm{i} - T_\mathrm{f}) \qquad \Rightarrow \qquad m = \frac{Q}{c(T_i - T_f)} \approx 1 \text{ kg} \tag{3}$$

Soluzione Esercizio 6 - 6.1 Il campo elettrico generato dalla spira sull'asse è diretto lungo l'asse nel verso uscente dalla spira ed è pari a :

$$E = \int \frac{dq \;\; h}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{Q \;\; h}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + h^2)^{3/2}} = \frac{Q}{8\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 R^2} \tag{1}$$

e., quindi, la forza esercitata dalla spira sulla carica puntiforme Q è repulsiva, diretta lungo l'asse e pari in modulo a

$$F = QE = \frac{Q^2}{8\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 R^2} \approx 0.32 \text{ N} \tag{2}$$

6.2- Il campo elettrico è conservativo e, quindi, si conserva l'energia meccanica. Dunque la velocità è minima nel punto dell'asse dove è massimo il potenziale elettrico. Ma il potenziale elettrico in un punto sull'asse a distanza h dal centro è

$$V = \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + h^2)^{1/2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + h^2)^{1/2}} \int dq = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (R^2 + h^2)^{1/2}} \tag{3}$$

Il potenziale raggiunge il massimo valore al centro della spira ($h = 0$). Applicando la conservazione dell'energia meccanica fra il punto $h = R$ e $h = 0$ si trova:

$$\frac{1}{2} m v_0^{\,2} + \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{2} R} = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 R} \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{v_0^{\,2} - \frac{Q^2}{2\pi\varepsilon_0 m}\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{\sqrt{2}R}\right)} \approx 6.9 \text{ m/s}$$