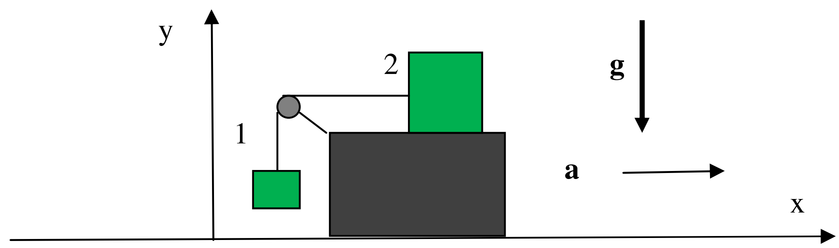
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE 25 luglio 2014.

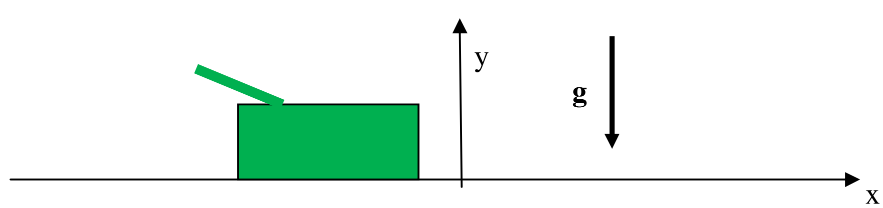
Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4]
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4]
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3,5]
Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4,6]

Esercizio 1 - Due corpi 1 e 2 di massa $M_1 = M = 100$ g e $M_2 = 5\,M$ sono collegati da una fune inestensibile e di massa trascurabile che è adagiata su una carrucola di massa trascurabile che ruota senza attrito come mostrato in figura. Il corpo 1 si trova ad altezza $h = 50$ cm da terra. Il corpo 2 è appoggiato su un blocco che si muove con accelerazione $a = 2$ m/s^2 lungo l'asse x di figura.



1.1 – Supponendo che il corpo 2 si muova solidalmente con il blocco, si trovi la tensione T della fune.
1.2 – Si osserva che, se l'accelerazione del blocco supera il valore critico $a_0 = 5$ m/s^2 il corpo 2 scivola sul blocco. Si trovi il coefficiente di attrito statico fra il corpo 2 e il blocco.

Esercizio 2- Un piccolo carrello viaggia senza attrito su un binario rettilineo lungo l'asse x nel verso positivo. Sul carrello è montato un mitragliatore inclinato all'angolo $\theta = 30°$ rispetto all'orizzontale che spara $n = 20$ proiettili al secondo di massa $m = 30$ g che escono dal mitragliatore con velocità 100 m/s rispetto a terra. La massa totale del carrello compreso il mitragliatore e i proiettili è $M = 100$ kg. <u>Per i calcoli successivi si può fare l'ipotesi semplificativa di trascurare la variazione della massa complessiva del sistema carrello-mitragliatori-proiettili considerando la massa sempre uguale a $M = 100$ kg.</u>

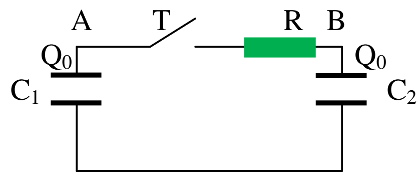


2.1 - Si trovi l'accelerazione media del carrello.
2.2 – Si calcoli variazione ΔR della reazione R esercitata dal binario sul carrello quando i proiettili vengono sparati rispetto alla situazione in cui il mitragliatore non spara.

Esercizio 3 – Una mole di gas perfetto biatomico si trova inizialmente a temperatura $T_0 = 27$°C ed occupa il volume $V_0 = 10^{-3}$ m^3. Si effettua una trasformazione reversibile secondo la legge $p = RT_0\,[1- a(V-V_0)]/V_0$, dove a è una costante, fino a raddoppiare il volume iniziale. Il lavoro fatto dal gas è lo stesso che compirebbe se la trasformazione fosse isoterma alla temperatura T_0.

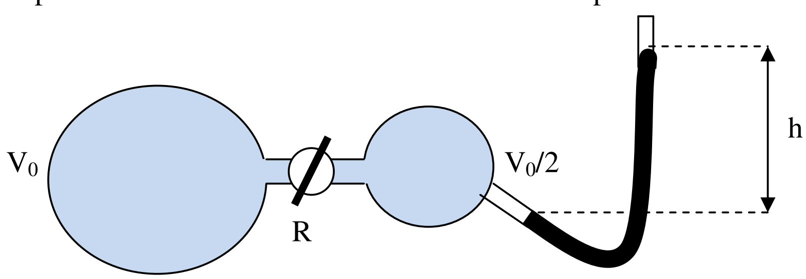
3.1– Si trovi il valore della costante a con le corrette dimensioni.
3.2– Si trovi la variazione di energia del gas e il calore assorbito nella trasformazione.

Esercizio 4 - Due condensatori piani 1 e 2 hanno capacità $C_1 = C = 100$ nF e $C_2 = C/2 = 50$ nF e sono collegati fra loro come mostrato schematicamente in figura dove R è un resistore di resistenza 100 Ω. I condensatori vengono caricati con cariche uguali fra loro e pari a $Q_0 = 1$ μC.



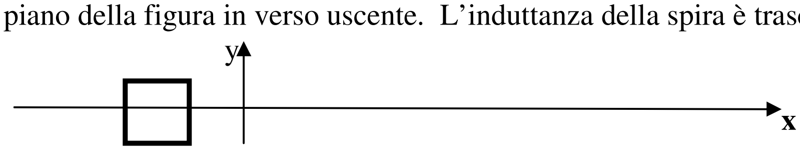
4.1– Si trovi la corrente i che scorre nella resistenza R subito dopo la chiusura del tasto T e si dica se scorre in verso orario od antiorario. Si trovino le cariche sui due condensatori ad equilibrio raggiunto.
4.2 – Si trovi l'energia dissipata durante l'intero transitorio dopo la chiusura del tasto .

Esercizio 5 – Due ampolle di volume $V_0 = 1$ litro e $V_0/2$ contengono ciascuna una mole di gas perfetto e sono immerse in un termostato a temperatura T. Inizialmente il rubinetto R che collega le due ampolle è chiuso. L'ampolla di volume $V_0/2$ è collegata ad un tubicino ad U di sezione trascurabile riempito di mercurio (densità $\rho = 13.6\ 10^3$ kg/m^3) e con l'estremità in alto tappata. Il dislivello fra le superfici libere del mercurio nel tubicino ad U è pari ad $h = 90$ cm.



5.1 – Si trovi la temperatura T.
5.2 – Ad un dato istante il rubinetto R viene aperto. Si calcoli la pressione finale dei due gas.

Esercizio 6 - Una spira quadrata di lato $L = 10$ cm e resistenza $R = 2$ Ω si muove lungo l'asse x con velocità costante $v_0 = 10$ cm/s come mostrato in figura. Al tempo $t = 0$ s la spira inizia ad entrare nel campo di induzione magnetica uniforme $B = 1$ T presente nel semispazio $x > 0$ e diretto perpendicolarmente al piano della figura in verso uscente. L'induttanza della spira è trascurabile.



6.1 – si trovi l'andamento temporale della corrente nella spira per $t > 0$ e si dica se scorre in verso orario o antiorario.
6.2- Si trovi il lavoro che deve essere fatto da un operatore per mantenere costante la velocità della spira.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

1.1- Nel riferimento solidale con il blocco il corpo 2 è soggetto ad una forza apparente lungo x con componente x pari a - 5 Ma e il corpo 2 ad una forza apparente lungo x pari a – Ma. Poiché il corpo 1 e 2 sono fermi rispetto al blocco, devono essere verificate le relazioni di equilibrio:

$$-Ma + T\sin\theta = 0 \qquad (1)$$

$$T\cos\theta - Mg = 0 \qquad (2)$$

Per il corpo 1 e

$$-5Ma - T + Fs = 0 \qquad (3)$$

Per il corpo 2. Risolvendo il sistema si trova:

$$T = M\sqrt{g^2 + a^2} = 1.0 \text{ N} \qquad (4)$$

e $\tan\theta = a/g$ (5)

1.2 - Sostituendo T di eq.(4) nella (3) si trova la forza di attrito statico necessaria per tener fermo il corpo 2:

$$F_s = M\sqrt{g^2 + a^2} + 5Ma \qquad (6)$$

Il corpo 2 resta fermo solo se $|F_s| < \mu_s\, 5Mg$ e, quindi:

$$\sqrt{g^2 + a^2} + 5a \le \mu\ 5g \qquad \Rightarrow \qquad \mu_s > \frac{\sqrt{g^2 + a^2} + 5a}{5g} \approx 0.74 \qquad (7)$$

dove $a = a_0 = 5$ m/s^2 è la massima accelerazione consentita prima di scivolare.

Soluzione Esercizio 2. **2.1**- Consideriamo il sistema carrello-mitragliatore-proiettili. Non essendoci attrito, si conserva la componente x della quantità di moto del sistema. Consideriamo l'istante immediatamente prima dell'espulsione del proiettile quando il carrello ha velocità iniziale V_c^i e quello subito dopo dove il carrello ha velocità V_c^f. Per la conservazione della quantità di moto lungo x:

$$MV_c^i = MV_c^f - mv_0\cos\theta \qquad (1)$$

Dunque, la variazione di velocità del carrello ad ogni espulsione di proiettile è:

$$\Delta V_c = V_c^f - V_c^i = \frac{m}{M} v_0 \cos\theta \qquad (2)$$

Il tempo fra due espulsioni successive di proiettili è $\Delta t = 1/n = 0.05$ s (3)

Dunque, l'accelerazione media è $\langle a \rangle = \dfrac{\Delta V_c}{\Delta t} = n\dfrac{m}{M} v_0\cos\theta = 0.52$ m/s^2 (4)

2.2 – Ad ogni sparo di proiettile la componente y della quantità di moto del sistema varia di

$$\Delta p_y = mv_0 \sin\theta \qquad (5)$$

Dunque, per la I equazione Cardinale, la reazione media R del binari soddisfa l'equazione:

$$R - Mg = \frac{\Delta p_y}{\Delta t} = nmv_0 \sin\theta \qquad \Rightarrow \qquad R = Mg + nmv_0\sin\theta \qquad (6)$$

In assenza di sparo dei proiettili, la reazione è $R = Mg$, dunque la variazione della reazione media R è

$$\Delta R = nmv_0 \sin\theta = 30 \text{ N}$$

Soluzione Esercizio 3 - 3.1 – Il lavoro nell'isoterma è $L = RT_0 \ln 2 = 1.73\ 10^3$ J (1)

Il lavoro fatto dal gas è

$$L = \int_{V_0}^{2V_0} pdV = RT_0 - \frac{1}{2} RT_0 a V_0 \qquad (2)$$

Imponendo l'uguaglianza dei due lavori si trova

$$a = \frac{2(1 - \ln 2)}{V_0} \approx 6.1\ 10^2\ \mathrm{m}^{-3} \qquad (3)$$

3.2 – Dalla legge dei gas perfetti si trova la temperatura finale T

$$T = \frac{2p(2V_0)V_0}{R} \approx\ 0.77\ T_0 = 2.3\ 10^2\ \mathrm{K} \qquad (4)$$

La variazione di energia termica è $\Delta U = \frac{5}{2} R(T - T_0) \approx\ -1.5\ 10^3\ \mathrm{J}$ (5)

Il calore assorbito è $Q = L + \Delta U = RT_0 \ln 2 + \frac{5}{2} R(T - T_0) \approx 2.7\ \ 10^2\ \mathrm{J}$ (6)

Soluzione Esercizio 4 - 4.1 : All'inizio, subito dopo la chiusura del tasto, la d.d.p. fra i punti A e B è

$$V_A - V_B = Q_0/C_1 - Q_0/C_2 = -Q_0/C \qquad (1)$$

Poiché la d.d.p. è negativa, la corrente scorre in verso antiorario da *B* ad *A* ed ha valore assoluto

$$i = \frac{Q_0}{RC} = 0.1\ \mathrm{A} \qquad (2)$$

Alla fine la corrente è $i = 0$ e i due condensatori hanno la stessa differenza di potenziale. Imponendo l'eguaglianza delle differenze di potenziale si trova:

$$Q_1/C = 2Q_2/C \qquad \Rightarrow \qquad Q_1 = 2Q_2 \qquad (3)$$

Imponendo la conservazione della carica

$$Q_1 + Q_2 = 2Q_0 \qquad (4)$$

Risolvendo il sistema (3), (4) si trova $Q_1 = 4Q_0/3 = 1.33\ \mu\mathrm{F}$ e $Q_2 = 2Q_0/3 = 0.67\ \mu\mathrm{F}$ (5)

4.2 – L'energia iniziale è $U_i = Q_0^2/(2C) + Q_0^2/C = 3Q_0^2/(2C)$ (6)

Mentre quella finale è $U_f = Q_1^2/(2C) + Q_2^2/C = 4Q_0^2/(3C)$ (7)

Dunque, l'energia dissipata nella resistenza è:

$$\Delta U = U_i - U_f = Q_0^2/(6C) = 1.7\ \mu\mathrm{J}$$

Soluzione Esercizio 5 –

5.1 – La pressione del gas sull'ampolla piccola si trova applicando la legge di Stevino

$$p = \rho\, g\, h \qquad (1)$$

Applicando la legge dei gas perfetti si trova:

$$T = \frac{pV_0}{2R} = \frac{\rho g h V_0}{2R} \approx\ 7.2\ \mathrm{K} \qquad (2)$$

5.2- Dopo la chiusura del rubinetto si raggiunge un nuovo equilibrio termico e meccanico. Dunque, i gas devono avere la stessa pressione *p* e la stessa temperatura *T* cioè devono soddisfare l'uguaglianza:

$$n_1 \frac{RT}{V_0} = n_2 \frac{2RT}{V_0} \qquad \Rightarrow \qquad n_1 = 2n_2 \qquad (3)$$

D'altra parte, per la conservazione della massa , $n_1 + n_2 = 2$ e, quindi

$$n_1 = 4/3 \quad \text{e} \quad n_2 = 2/3 \qquad (4)$$

La pressione dei gas è, perciò: $p = 4\, RT/(3\, V_0) \approx\ \ 0.8\ 10^5$ pa

Soluzione Esercizio 6 - 6.1 Indicando con $x(t)$ lo spazio percorso dalla spira al tempo t, il flusso del campo di induzione magnetica nell'intervallo di tempo $0 < t < L/v_0$ è

$$\Phi(t) = BLx(t) = BLv_0 t \qquad (1)$$

Mentre, per $t > L/v_0 = 1$ s

$$\Phi(t) = BL^2 = \text{costante} \qquad (2)$$

Dunque, la corrente nella spira è

$$i(t) = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{BLv_0}{R} = 5 \text{ mA} \quad \text{per } 0 < t < L/v_0 \qquad (3)$$

e $i(t)=0$ per $t > L/v_0 = 1$ s, dove il segno – indica che la corrente scorre in verso orario.

6.2- Durante l'intervallo di tempo in cui la spira penetra nel campo ($\Delta t = 1$ s), il campo esercita una forza magnetica diretta in verso opposto allo spostamento e, quindi, l'operatore deve esercitare una forza uguale ed opposta diretta nel verso positivo dell'asse x e pari a

$$F = iLB = \frac{L^2B^2v_0}{R} \qquad (4)$$

Il lavoro totale per inserire la spira è, perciò:

$$W = FL = \frac{L^3B^2v_0}{R} = 50 \ \mu\text{W} \qquad (5)$$