

Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE, e EDILE. 13 Gennaio 2016

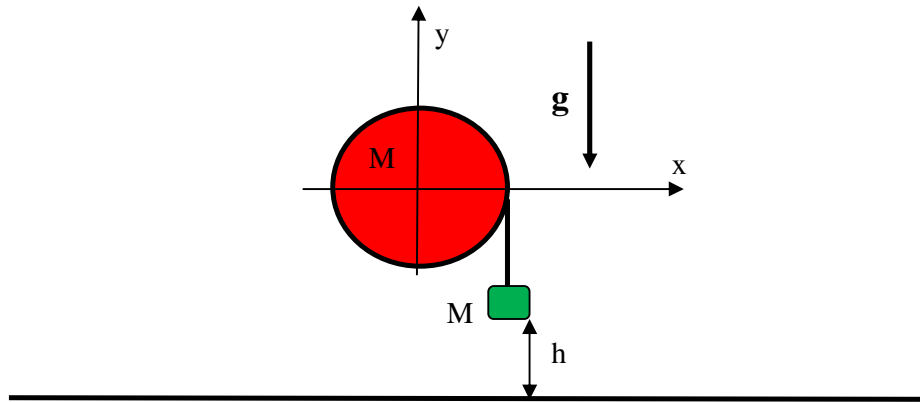
Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4] durata 3 ore

Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4] durata 3 ore

Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3] durata 2 ore e 15 minuti

Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4] durata 2 ore e 15 minuti

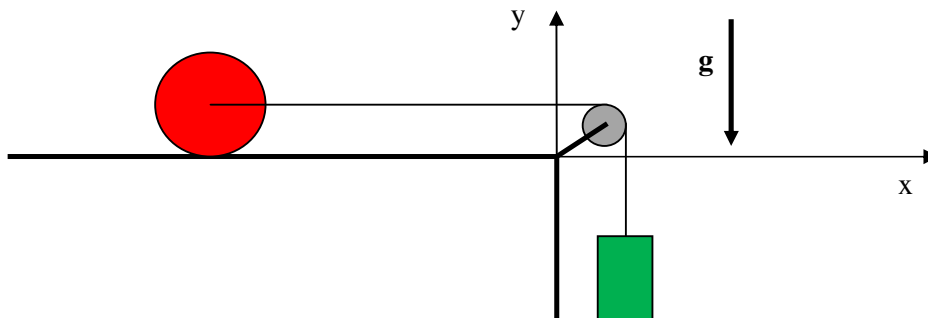
Esercizio 1 - Su una carrucola cilindrica di raggio $r = 10$ cm e massa $M = 1$ kg è avvolta una fune inestensibile di massa trascurabile collegata ad un corpo di massa $M = 1$ kg come mostrato in figura. La carrucola è libera di ruotare senza attrito attorno ad un asse passante per il centro della carrucola e perpendicolare al piano di figura. Il corpo si trova inizialmente fermo ad altezza $h = 1$ m da terra e, poi, viene lasciato libero di cadere.



1.1 – Si calcoli la velocità con cui il corpo urta il terreno e la velocità angolare della carrucola all'istante dell'impatto corpo-terreno.

1.2 – Si trovino le componenti x ed y della forza totale F esercitata dall'asse ad un generico istante durante la caduta del corpo.

Esercizio 2- Una fune inestensibile di massa trascurabile è collegata all'asse di un cilindro di massa $M = 1$ kg e raggio $r = 10$ cm. Il cilindro è appoggiato su un tavolo come mostrato in figura e l'altro estremo della fune è collegata ad un corpo di massa M tramite una carrucola di massa trascurabile che può ruotare senza attrito attorno al proprio asse.



2.1 – Si trovi l'accelerazione del cilindro nell'ipotesi di rotolamento puro.

2.2- Sapendo che il coefficiente di attrito statico fra cilindro e tavolo è $\mu = 0.3$, si dica se il moto può essere di rotolamento puro. Si calcoli, inoltre, il modulo della forza totale esercitata dalla corda sulla carrucola.

Esercizio 3 – Un gas perfetto biatomico si trova in un contenitore isolato termicamente e di volume costante alla pressione iniziale $p_0 = 10^5$ Pa occupando il volume $V_0 = 1$ l alla temperatura $T_0 = 300$ K. Un corpo di rame di massa $m = 10$ g è immerso nel gas e si trova inizialmente a temperatura T_i diversa da T_0 . Si assuma che il calore specifico del rame sia pari a $c = 400$ J/kg K. Il sistema raggiunge, poi, l'equilibrio termico e si constata che il gas si trova alla temperatura finale $T_f = 350$ K.

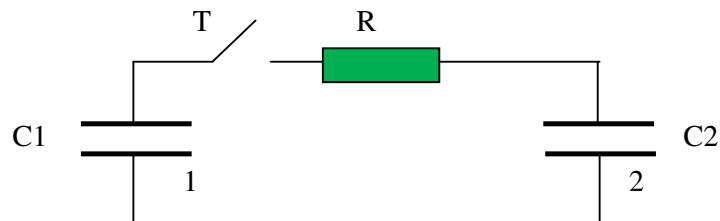
3.1 – Si trovi la temperatura iniziale T_i del rame.

3.2 – Quanto è il lavoro fatto dal gas e quanto il calore assorbito dal gas?.

Esercizio 4. Due condensatori sono disposti come mostrato in figura. Il condensatore 2 ha capacità $C_2 = 20$ pF mentre la capacità C_1 del condensatore 1 è incognita. Il resistore R ha resistenza $R = 1$ Ω . Il condensatore 1 è inizialmente caricato con la carica $Q_0 = 10$ pC mentre l'altro è scarico. Inizialmente il tasto T è aperto. Ad un dato istante $t = 0$, il tasto T viene chiuso e, immediatamente dopo la chiusura, la corrente che attraversa la resistenza è pari a $i = 1$ A.

4.1 – Si trovi la capacità C_1 del condensatore 1 e le cariche Q_1 e Q_2 che si dispongono sulle armature superiori dei condensatori ad equilibrio raggiunto.

4.2 - Si trovi l'energia totale dissipata nel transitorio successivo alla chiusura del tasto T .



ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Es. 1- 1.1- Poiché non ci sono attriti, si conserva l'energia meccanica. Inizialmente

$$E_i = Mgh \quad (1)$$

dove si è assunto che l'energia potenziale sia 0 a terra. Nel momento dell'impatto, l'energia potenziale è nulla e l'energia meccanica totale della carrucola e del corpo è:

$$E_f = \frac{1}{2} Mv^2 + \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{3}{4} Mv^2 \quad (2)$$

Uguagliando le energie, si trova: $v = \sqrt{\frac{4gh}{3}} = 3.61 \text{ m/s}$ (3)

e $\omega = v/r = 36.1 \text{ rad/s}$ (4)

1.2 - Sulla carrucola agiscono la forza F dell'asse, la forza peso Mg e la tensione T della fune. Poiché il centro di massa della carrucola è fermo, la forza totale agente sulla carrucola deve essere nulla. Dunque

$$F = -Mg - T = (0, Mg + T) \quad (5)$$

dove T è la tensione della fune che si trova risolvendo le equazioni del moto del corpo e della carrucola:

$$Mg - T = Ma \quad (6)$$

$$Tr = Mr^2 \alpha/2 = Mr a/2 \quad (7)$$

Risolvendo il sistema si trova : $T = Mg/3 = 3.27 \text{ N}$ (8)

E, quindi : $F = (0, 4Mg/3) = (0 \text{ N}, 13.1 \text{ N})$ (9)

Soluzione Esercizio 2. 2.1- Le equazioni del moto dei due corpi sono:

$$Mg - T = Ma \quad (1)$$

$$T - F_s = Ma \quad (2)$$

$$F_s r = \frac{Mr^2}{2} \alpha = \frac{Mr}{2} a \quad \Rightarrow \quad F_s = \frac{M}{2} a \quad (3)$$

dove F_s è la forza di attrito statico nel verso opposto al moto. Risolvendo il sistema si trova:

$$a = \frac{2}{5} g = 3.92 \text{ m/s}^2, \quad F_s = \frac{M}{5} g = 1.96 \text{ N}, \quad T = \frac{3M}{5} g = 5.88 \text{ N} \quad (4)$$

2.2 - La forza totale esercitata dalla fune sulla carrucola è

$$F = (-T, -T) = (-5.88 \text{ N}, -5.88 \text{ N}) \quad (5)$$

Il modulo della forza è $F = \sqrt{T^2 + T^2} = T\sqrt{2} = 8.31 \text{ N}$ (6)

Perché il moto di rotolamento sia puro, il tavolo deve essere in grado di generare la forza di attrito statico $F_s = 1.96 \text{ N}$ trovata in precedenza. Il tavolo è in grado di generare forze di attrito fino ad un massimo di $F_{\max} = \mu Mg = 2.94 \text{ N}$ che è ampiamente superiore al valore di F_s . Dunque, il corpo compie realmente un rotolamento puro.

Soluzione Esercizio 3 - 3.1 - La capacità termica di n moli di gas perfetto biatomico a volume costante è pari a

$$c_T = 5nR/2 = 0.83 \text{ J/K} \quad (1)$$

dove $n = p_0 V_0 / (RT_0) = 0.040 \text{ moli}$. (2)

mentre quella del rame è $c_R = mc = 4 \text{ J/K}$ (3)

Poiché il sistema è isolato termicamente, la somma dei calori assorbiti dal gas e dal rame deve essere nulla, quindi,

$$c_T (T_f - T_0) + c_R (T_f - T_i) = 0 \quad \Rightarrow \quad T_i = \frac{(c_T + c_R)T_f - c_T T_0}{c_R} = 360 \text{ K} \quad (4)$$

3.2 Poiché il volume del gas non cambia, il lavoro fatto dal gas è $L = 0$ J. Il calore assorbito dal gas è

$$Q = \Delta U = c_T (T_f - T_0) = 41.5 \text{ J} \quad (5)$$

Soluzione Esercizio 4 - 4.1 – L'equazione del circuito dopo la chiusura del tasto T è:

$$\frac{Q_1}{C_1} - iR - \frac{Q_2}{C_2} = 0 \quad (1)$$

Subito dopo la chiusura $Q_1 = Q_0$ e $Q_2 = 0$, dunque, sostituendo tali valori nella (1) si trova:

$$C_1 = \frac{Q_0}{Ri} = 10 \text{ pF} = \frac{C_2}{2} \quad (2)$$

Ad equilibrio raggiunto, i condensatori si trovano alla stessa d.d.p. e la somma delle cariche sulle armature deve essere uguale al valore presente inizialmente sull'armatura di C_1 . Dunque:

$$\frac{Q_1}{C_1} = \frac{Q_2}{C_2} \quad \text{e} \quad Q_1 + Q_2 = Q_0 \quad (3)$$

che sono soddisfatte da $Q_1 = Q_0/3 = 3.33 \text{ pC}$ e $Q_2 = 2 Q_0/3 = 6.67 \text{ pC}$ (4)

(abbiamo utilizzato il fatto che $C_2/C_1 = 2$)

4.2- l'energia immagazzinata inizialmente nei condensatori è

$$U_i = Q_0^2/(2 C_1) \quad (5)$$

Mentre alla fine:

$$U_f = Q_1^2/(2 C_1) + Q_2^2/(2 C_2) = U_i = Q_0^2/(6 C_1) \quad (6)$$

Dove abbiamo utilizzato le (4) e il fatto che $C_2 = 2 C_1$.

L'energia dissipata è, perciò: $U_{\text{diss}} = U_i - U_f = Q_0^2/(3 C_1) = 3.33 \cdot 10^{-12} \text{ J}$ (7)