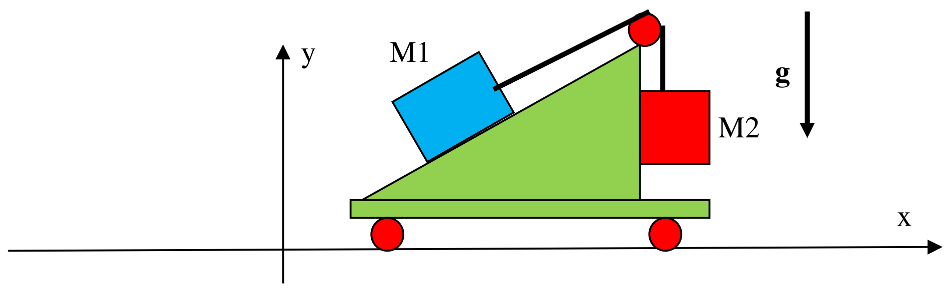
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 2 Febbraio 2016

Civile-Ambientale-Edile: Fisica Generale I 011BB[testi 1,2,3,4] durata 3 ore
Edili : Fisica Generale (BB053 e 053 BB) [testi 1,2,3,4] durata 3 ore
Civili : Fisica Generale I 011BB [testi 1,2,3] durata 2 ore e 15 minuti
Civili : Fisica Generale BB054 [testi 1,2,4] durata 2 ore e 15 minuti

Esercizio 1 – Un cuneo di angolo $\theta = 30°$ è fissato su un carrello come mostrato schematicamente in figura. Due corpi di massa, rispettivamente M_1 incognita e M_2 = 1 kg sono collegati da una fune inestensibile appoggiata su una carrucola di massa trascurabile che può ruotare senza attrito. Ogni altro attrito è trascurabile. Inizialmente il carrello è fermo e i due corpi sono in equilibrio.

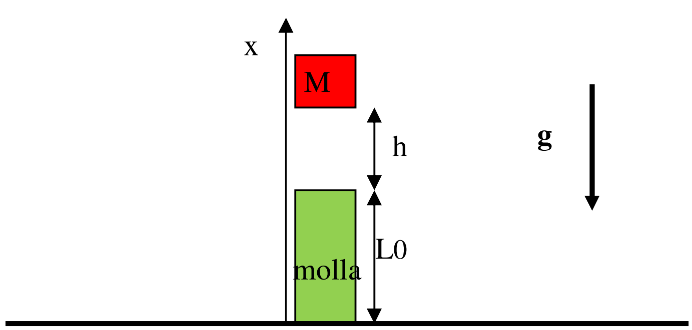


1.1 – Si calcoli il valore della massa M_1 e si trovi il modulo della forza esercitata dalla fune sulla carrucola.

Si supponga, ora, che il corpo 1 abbia un valore diverso da quello calcolato al punto 1.1. Si supponga, inoltre che il carrello acceleri con accelerazione costante a_0 = 5 m/s^2 nel verso positivo dell'asse x e che, in queste nuove condizioni, i corpi si massa M_1 e M_2 restino fissi <u>rispetto al carrello</u>.

1.2 – Si trovi il valore della massa M_1 in questo caso.

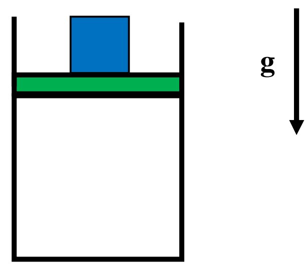
Esercizio 2- Una lunga molla di costante elastica K = 10 N/m e lunghezza a riposo L_0 e massa trascurabile è fissata al terreno nella condizione di riposo. Un corpo di massa M = 1 kg viene lasciato cadere a terra da un'altezza h = 1 m dall'estremità superiore della molla (vedi figura) e tocca la molla al tempo t = 0 s. Ogni attrito è trascurabile.



2.1 – Si trovi la massima compressione della molla e la compressione Δx_{eq} nella posizione di equilibrio.

2.2- Si trovi la componente x dell'accelerazione del corpo di massa M quando raggiunge il punto di massima compressione e la forza esercitata dal pavimento sulla molla in questa posizione.

Esercizio 3 – Un cilindro termicamente conduttore di sezione $S = 10^{-2}$ m^2 contiene un gas perfetto monoatomico ed è chiuso da un pistone di massa M = 10 Kg su cui è appoggiato un corpo di massa M. Il sistema si trova in presenza di un'atmosfera a pressione $p_0 = 10^5$ Pa e temperatura T_0= 300 K. In condizioni di equilibrio il gas occupa il volume $V_0 = 10^{-2}$ m^3. Per i calcoli successivi si utilizzi il valore della costante dei gas R = 8.31 J/mole K.



3.1 – Si trovi il numero di moli del gas.

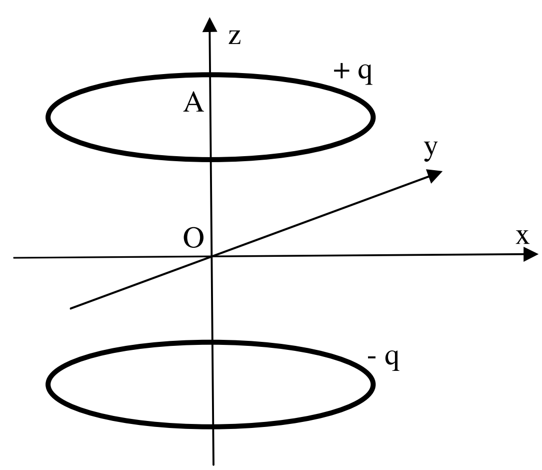
Ad un dato istante t = 0 s il corpo di massa M viene rimosso e il gas si espande

3.2 – Si dica se la trasformazione è reversibile e si trovino la temperatura e il volume finale del gas.

Esercizio 4. Due spire circolari di raggio r = 10 cm sono caricate con cariche elettriche uguali ed opposte pari a q = 1 nC e $-q$. Le spire giacciono su piani paralleli al piano xy ed hanno i centri sull'asse z in $z = r$ (la spira con carica positiva) e $z = -r$.

4.1 – Si calcoli il campo elettrico nei punti O = (0,0,0) e A = (0,0,r).

4.2 - Si calcoli il potenziale elettrostatico in O ed A.



ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Es. 1- **1.1**- All'equilibrio devono essere verificate le seguenti relazioni:

$T = M_2\, g = 9.8$ N (1)

$T = M_1\, g \sin\,\theta = M_1\, g/2 \qquad \Rightarrow \qquad M_1 = 2\, M_2 = 2$ kg (2)

Sulla carrucola la fune esercita le forze $\boldsymbol{F}_1 = (\,-\,T\cos\,\theta, -\,T\sin\,\theta\,)$ e $\boldsymbol{F}_2 = (\,0,\ -\,T)$. La forza totale è, perciò:

$\boldsymbol{F} = (\,-\,T\cos\,\theta, -\,T\sin\,\theta - T\,)$ (3)

Il modulo della forza è

$$F = \sqrt{T^2\cos^2\theta + T^2\sin^2\theta + T^2 + 2T^2\sin\theta} = T\sqrt{2+2\sin\theta} = M_2 g\sqrt{3} = 17\ \text{N} \qquad (4)$$

1.2 - Nel riferimento solidale con il carrello c'è una forza apparente diretta nel verso negativo delle x. Il moto del corpo 2 non è influenzato dalla forza apparente perché il corpo è appoggiato alla parete verticale liscia. Sul corpo 1 la forza apparente è:

$\boldsymbol{F}_{\text{app}} = -\,M_1\, a_0\, \mathbf{i}$ (5)

Le equazioni del moto dei due corpi nel sistema di riferimento solidale con il carrello sono:

$T - M_2\, g = 0$ (6)

$-\,M_1\, a_0 \cos\,\theta\, -\, M_1\, g\sin\,\theta\, +\, T = 0$ (7)

Sostituendo il valore di T ottenuto dalla (6) nella (7) si trova:

$M_2 g - M_1 a_0 \cos\theta - M_1 g \sin\theta = 0$ (8)

Da cui dsi deduce:

e $\quad M_1 = \dfrac{M_2 g}{a_0\cos\theta + g\sin\theta} = 1.06$ kg (9)

Soluzione Esercizio 2. **2.1**- Tutte le forze (gravità e forza elastica) sono conservative. Dunque, l'energia meccanica si deve conservare. Inizialmente

$E_{\text{i}} = Mg\;(\,h + L_0)$ (1)

dove abbiamo preso come zero dell'energia gravitazionale il terreno. Nel momento di massima compressione, l'energia cinetica è ancora nulla e l'energia meccanica è pari a:

$$E_f = Mg(l_0 - \Delta x) + \frac{1}{2}K(\Delta x)^2 \qquad (2)$$

Uguagliando le energie si trova $\quad \dfrac{1}{2}K(\Delta x)^2 - Mg\Delta x - Mgh = 0$ (3)

La soluzione positiva della (3) è $\quad \Delta x = \dfrac{Mg + \sqrt{(Mg)^2 + 2MghK}}{K} = 2.69$ m (4)

La compressione nel punto di di equilibrio è quella in cui la forza elastica della molla bilancia la forza peso cioè: $\quad \Delta x_{\text{eq}} = Mg/K = 0.98$ m (5)

2.2 – Per la II legge di Newton, l'accelerazione del corpo di massa M è pari alla forza totale agente sul corpo nel punto di massima compressione divisa per la massa. Poiché tutte le forze sono dirette lungo l'asse x, l'accelerazione è diretta lungo questo asse. La componente x dell'accelerazione è

$$a_{\text{x}} = (K\Delta x - mg\,)\;/\;M = 17.1\ \text{m/s}^2 \qquad (6)$$

Per il principio di azione e reazione, la forza esercitata dal pavimento sulla molla è uguale ed opposta alla forza esercitata dalla molla sul pavimento. Dunque, la forza esercitata dal pavimento è diretta verticalmente verso l'alto (verso positivo dell'asse x) ed è pari in modulo a:

$$F = K\,\Delta x = 26.9\ \text{N} \qquad (7)$$

Soluzione Esercizio 3 – 3.1 – Il sistema è in equilibrio termico ($T = T_0$) e meccanico e, quindi,

$$p = p_0 + 2\, M\, g\, /S = \ 119600 \text{ Pa} \qquad (1)$$

Dalla legge dei gas perfetti si deduce:

$$n = pV_0/(RT_0) = 0.48 \text{ moli.} \qquad (2)$$

3.2 La trasformazione non è reversibile perché non avviene lentamente. Alla fine il sistema dovrà raggiungere un nuovo equilibrio. Dunque, anche la temperatura finale è pari a $T_f = T_0$ mentre la pressione finale è:

$$p = p_0 + M\, g\, /S = \ 109800 \text{ Pa} \qquad (3)$$

Il nuovo volume occupato dal gas si ricava dalla legge dei gas perfetti:

$$V_f = \frac{nRT_0}{p_f} = \frac{p}{p_f}V_0 = 1.09\ 10^{-2}\ \text{m}^3 \qquad (4)$$

Soluzione Esercizio 4 - 4.1 – Il campo elettrico sull'asse di una spira circolare di raggio r, carica Q e a distanza h dal centro della spira è diretto lungo l'asse ed ha modulo

$$E = \frac{|Q|h}{4\pi\varepsilon_0\left(h^2 + r^2\right)^{3/2}} \qquad \Rightarrow \qquad E = \frac{|Q|}{8\pi\varepsilon_0\sqrt{2}\ r^2}$$

(1)

Il campo è uscente dalla spira se la carica è positiva e entrante nel caso opposto. Il campo si ottiene sommando i campi delle due spire tenendo conto dei versi. Al centro O i due campi sono uguali e diretti nel verso negativo dell'asse z. Dunque il campo risultante è

$$\vec{E}(O) \equiv \left(0,0,-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}r^2}\right) = (0,0,\ -\ 636 \text{ V/m}) \qquad (2)$$

In A, invece, il campo della spira positiva è nullo e il campo risultante coincide con quello della spira negativa a distanza $h = 2\, r$. Dunque,

$$\vec{E}(A) \equiv \left(0,0,-\frac{q}{10\pi\varepsilon_0\sqrt{5}r^2}\right) = (\ 0,\ 0,\ -\ 161 \text{ V/m}) \qquad (3)$$

4.2- Il potenziale prodotto da una spira con carica Q a distanza h dal centro è

$$V \equiv \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{h^2 + r^2}} \qquad (4)$$

Dunque, i potenziali in O e in A sono:

$$V(O) \equiv \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}r} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2}r} = 0 \qquad (5)$$

$$V(A) \equiv \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{5}r} = \ 49.7 \text{ V} \qquad (6)$$