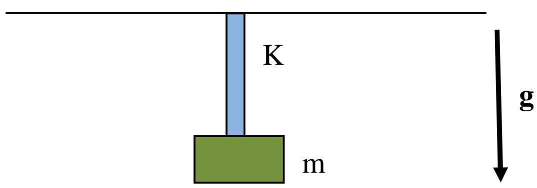
I COMPITINO FISICA GENERALE Ing. Civile-Edile 26/02/2016

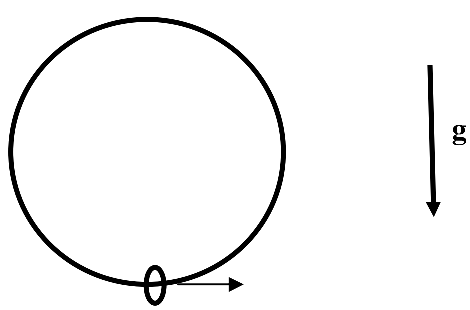
Esercizio 1 – Una persona cammina con velocità costante v_1 = 6 km/h lungo una strada rettilinea e all'istante t = 0 si trova nella posizione x = 0 e viene superata da un corridore che viaggia a velocità v_2 = 24 Km/h nello stesso verso di marcia. Il corridore arriva fino a $x = d$ = 300 m e inverte rapidamente il verso di marcia mantenendo il modulo della velocità costante. Si trovi in quale posizione x le due persone si incontrano nuovamente.

Esercizio 2 - un'automobile (1) viaggia lungo una pista rettilinea (asse x) con velocità costante v_1 = 20 m/s nel verso positivo dell'asse e si trova in x = 0 al tempo t = 0. Un'altra automobile si trova inizialmente a distanza $x = d$ dalla prima e, al tempo t = 0 si mette in moto nello stesso verso della prima con una velocità che dipende dal tempo secondo la legge $v_2\,(t) = 3\,t$ (unità S.I.). Si dica, giustificando la risposta, se il moto della seconda automobile è uniformemente accelerato e si dica per quali valori di d le due auto non si incontrano mai.

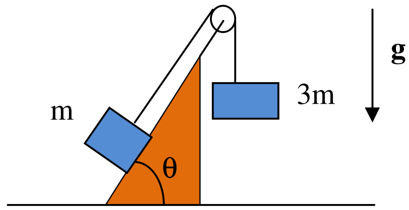
Esercizio 3 – Un corpo di massa m = 1 kg è collegato ad un estremo di una molla di costante elastica K = 100 N/m e lunghezza a riposo L_0 = 10 cm. L'altro estremo della molla è attaccato al soffitto. Il corpo viene portato a distanza $x = 3\,L_0$ dal soffitto e tenuto fermo in tale posizione. Ad un dato istante, il corpo viene lasciato libero di muoversi. Si consideri trascurabile ogni attrito. Si trovi la minima distanza dal soffitto raggiunta dal corpo nel moto successivo.



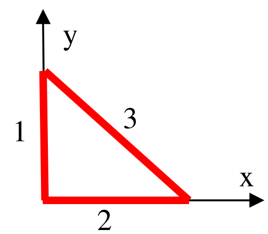
Esercizio 4 – Un anellino di massa m = 0.1 Kg è vincolato a muoversi su una guida circolare di raggio r = 1 m disposta su un piano verticale. L'anellino si trova inizialmente fermo nel punto di minima altezza. Ad un dato istante t = 0 l'anellino viene spinto lungo la guida con velocità che varia nel tempo secondo la legge $v\,(t) = t^2$ (unità S.I.). Si trovi la reazione vincolare R esercitata dalla guida sull'anellino quando esso raggiunge la posizione di massima altezza e si dica se tale forza è rivolta verso il basso o verso l'alto.



Esercizio 5 – Un corpo 1 di massa m = 1 kg è appoggiato su un piano inclinato con angolo θ = 60°. Il corpo è collegato ad un secondo corpo 2 di massa M = 3 m per mezzo di una fune inestensibile e di massa trascurabile come mostrato in figura. La fune è appoggiata ad una carrucola di massa trascurabile che ruota senza attrito. Fra il corpo 1 e il piano inclinato c'è un coefficiente di attrito dinamico μ = 0.5. Sapendo che il corpo 2 si trova inizialmente fermo ad altezza h = 1 m rispetto al pavimento, si calcoli la velocità con cui il corpo arriva a terra.



Esercizio 6 – Tre barre di allumino (1, 2 e 3) di uguale sezione sono disposte sui lati di un triangolo rettangolo come mostrato in figura. Le barre 1 e 2 hanno lunghezze uguali pari a L = 1 m. Si trovino le coordinate x ed y del centro di massa del sistema costituito dalle tre barre.



Esercizio 7 – Un corpo viaggia su un piano orizzontale (piano x y) liscio. Ad un dato istante t = 0 s e in un tempo brevissimo il corpo esplode spezzandosi in due pezzi 1 e 2 di masse $m_1 = m$ = 1 Kg e m_2 = 2 m = 2 kg. Dopo l'esplosione il pezzo 1 viaggia lungo l'asse x nel verso positivo con velocità $v_1 = v$ = 10 m/s mentre il 2 viaggia lungo l'asse y nel verso positivo con velocità v_2 = 4 v = 40 m/s.

7.1 – Si calcoli il modulo della velocità iniziale V del corpo intero e l'angolo da essa formata con l'asse x.

7.2 - Si calcolino le componenti x ed y dell'impulso $\boldsymbol{I}$ della forza esercitata durante l'esplosione sul corpo 1 e sul corpo 2.

I RISULTATI NUMERICI DEVONO ESSERE DATI CON DUE CIFRE SIGNIFICATIVE.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Es. 1- Le velocità in unità SI sono v_1 = 1.67 m/s e v_2 = 6.67 m/s. Il corridore impiega un tempo $t_0 = d/v_2$ ad arrivare nel punto di inversione di marcia, dopodiché la legge oraria del moto del corridore è:
$$x_2(t) = d - v_2(t - t_0) = 2d - v_2 t \qquad (1)$$
La legge oraria della persona che cammina è $x_1(t) = v_1\, t$ (2)

Le due persone si incontrano quando $x_1(t) = x_2(t)$. Imponendo questa uguaglianza si trova:
$$t = \frac{2d}{v_1 + v_2} = 72 \text{ s} \qquad \Rightarrow \qquad x_1 = x_2 = 120 \text{ m} \qquad (3)$$

Soluzione Es.2 – L'accelerazione dell'auto 2 è $a_2 = dv_2/dt$ = 3 m/s^2 che non dipende dal tempo. Dunque, il moto dell'auto 2 è uniformemente accelerato. Perché le due auto si urtino deve esistere un tempo t in cui esse si trovino nello stesso punto. Ma le leggi orarie delle due auto sono:
$$x_1(t) = v_1\, t \qquad , \qquad x_2(t) = d + \frac{3}{2}t^2 \qquad (1)$$
Imponendo l'uguaglianza fra $x_1(t)$ e $x_2(t)$, si trova l'equazione di II grado:
$$\frac{3}{2}t^2 - v_1 t + d = 0 \qquad \Rightarrow \qquad t = \frac{v_1 \pm \sqrt{v_1^2 - 6d}}{3} \qquad (2)$$
Se il Δ in eq.(2) è negativo, non esiste nessun valore del tempo in cui le auto incontrano, quindi, le auto non si incontrano se $d > \frac{v_1^2}{6} = 66.7$ m (3)

Soluzione Es. 3 -Nel processo si conserva l'energia meccanica ad ogni istante perché tutte le forze sono conservative. La minima distanza dal soffitto viene raggiunta quando il corpo si ferma nuovamente, dunque il bilancio dell'energia meccanica si scrive:
$$\frac{1}{2}K(3L_0 - L_0)^2 = \frac{1}{2}K(x - L_0)^2 + mg(3L_0 - x) \qquad (1)$$
dove abbiamo indicato con x la distanza dal soffitto e dove abbiamo assunto la posizione iniziale x = 3 L_0 come 0 dell'energia potenziale gravitazionale. Dalla (1) si ottiene l'equazione quadratica in x:
$$\frac{1}{2}Kx^2 - (mg + KL_0)x + 3mgL_0 - \frac{3}{2}KL_0^2 = 0 \qquad (2)$$

Che ammette due soluzioni
$$x = \frac{(mg + KL_0) \pm \sqrt{(mg + KL_0)^2 - 6KmgL_0 + 3K^2L_0^2}}{K} = \frac{(mg + KL_0) \pm (2KL_0 - mg)}{K} \qquad (3)$$
di cui una (quella con il segno +) corrispondente a $x = 3L_0$ (posizione iniziale) e l'altra a $x = -L_0 + 2mg/K$ = 0.096 m che è la minima distanza dal soffitto raggiunta.

Soluzione Esercizio 4 – L'anellino raggiunge la posizione di massima altezza quando ha percorso lo spazio $s = \pi r$, cioè quando
$$\int_0^t v(t)dt = \int_0^t t^2 dt = \frac{t^3}{3} = \pi r \qquad \Rightarrow \qquad t = \sqrt[3]{3\pi r} = 2.11 \text{ s} \qquad (1)$$
quando la velocità raggiunta è $v = t^2 = \sqrt[3]{(3\pi r)^2} = 4.46$ m/s^2 (2)

Applicando la II legge di Newton per le componenti verticali delle forze assumendo come verso positivo quello della gravità si trova
$$mg + R = m\frac{v^2}{r} \qquad \Rightarrow \qquad R = -mg + m\frac{v^2}{r} = 1.01 \text{ N} \qquad (3)$$
Il segno positivo indica che la reazione è volta verso il basso.

Soluzione Es.5 Il lavoro fatto dalla forza di attrito dinamica è negativo e pari a $L = -\mu mgh\cos\theta$. Tale lavoro deve essere uguale alla variazione di energia meccanica del sistema di corpi. Assumendo come 0 dell'energia gravitazionale il pavimento e indicando con h_0 l'altezza iniziale del corpo 1, l'energia meccanica iniziale è solo potenziale e pari a: $E_i = mgh_0 + 3mgh$ (1)

mentre quella finale è $$E_f = mg(h_0 + h\sin\theta) + \frac{3}{2}mv^2 + \frac{1}{2}mv^2 \qquad (2)$$

Imponendo $L = E_f - E_i$, si trova: $$v = \sqrt{\frac{gh}{2}(3 - \sin\theta - \mu\cos\theta)} = 3.04\ \text{m/s} \qquad (3)$$

Soluzione esercizio 6 – La barra 3 ha lunghezza $L_3 = \sqrt{2}\,L = 1.41$ m. Indicando con M_1, M_2 e M_3 le masse delle barre 1, 2 e 3 di figura e con λ la loro densità per unità di lunghezza, si trova:

$M_1 = \lambda L$, $M_2 = 1L$ e $M_3 = \sqrt{2}\,L$ (1)

I centri di massa delle singole barre sono al centro delle barre, dunque:

$\boldsymbol{r}_1 = (0, L/2)$, $\boldsymbol{r}_2 = (L/2, 0)$, $\boldsymbol{r}_3 = (L/2, L/2)$ (2)

Dunque, il centro di massa è:

$$\vec{r}_{CM} = \frac{M_1\vec{r}_1 + M_2\vec{r}_2 + M_3\vec{r}_3}{M_1 + M_2 + M_3} = \frac{\vec{r}_1 + \vec{r}_2 + \sqrt{2}\vec{r}_3}{2 + \sqrt{2}} \qquad (3)$$

Sostituendo le espressioni di $\boldsymbol{r}_1$, $\boldsymbol{r}_2$ e $\boldsymbol{r}_3$ si trova: $\boldsymbol{r}_{CM} = (0.354\ \text{m}, 0.354\ \text{m})$ (4)

Soluzione esercizio 7 – **7.1**- Nell'urto si conserva la quantità di moto totale, dunque:

$$(m_1 + m_2)\vec{V} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 \qquad \Rightarrow \qquad \vec{V} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2} = \frac{\vec{v}_1}{3} + \frac{2\vec{v}_2}{3} \qquad (1)$$

ma $\mathbf{v}_1 = (v, 0)$ e $v_2 = (0, 4v)$ e, quindi: $\boldsymbol{V} = (v/3, 8v/3) = (3.33\ \text{m/s}, 26.7\ \text{m/s})$ (2)

Il modulo di $\boldsymbol{V}$ è $V = 26.9$ m/s mentre l'angolo θ è $\theta = \text{atan}(v_y/v_x) = \text{atan}(8) = 82.9°$ (3)

7.2 - Il corpo 1 viaggiava inizialmente unito al pezzo 2 con la velocità $\boldsymbol{V} = (v/3, 8v/3)$ di eq.(2). Dopo l'esplosione il corpo 1 viaggia con la velocità $\mathbf{v}_1 = (v, 0)$. L'impulso della forza esercitata sul corpo (1) è, perciò,

$$\boldsymbol{I} = \boldsymbol{P}_{1f} - \boldsymbol{P}_{1i} = m(v,0) - m(v/3, 8v/3) = (2mv/3, -8mv/3) = (6.66\ \text{N s}, -26.7\ \text{N s}) \qquad (4)$$

Per il principio di azione e reazione, l'impulso della forza agente sul corpo 2 è uguale ed opposto a quello di eq.(4).