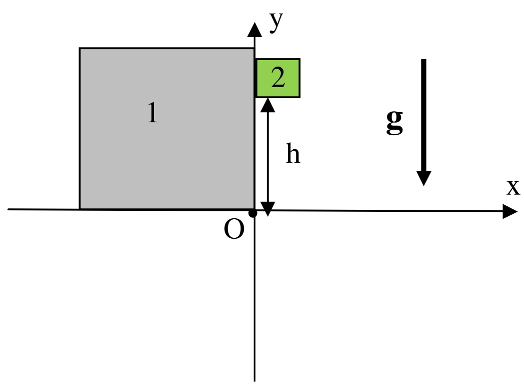
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, CIVILE-AMBIENTALE , e EDILE. 8 Giugno 2017

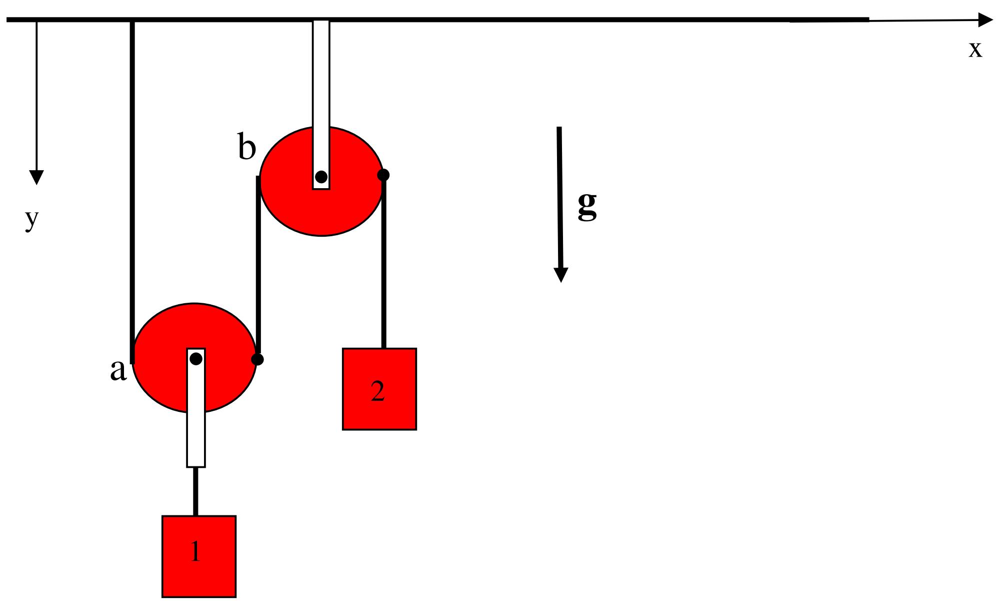
Esercizio 1 - Due blocchi 1 e 2 hanno, rispettivamente, masse $m_1 = m = 5$ Kg e $m_2 = m/5 = 1$ Kg. Il blocco 2 si trova inizialmente appoggiato al blocco 1 come mostrato in figura ad altezza $h = 2$ m dal pavimento come mostrato in figura. Sul blocco 1 viene applicata una forza $\boldsymbol{F}$ nel verso positivo dell'asse x. L'attrito fra blocco 1 e pavimento è trascurabile.



1.1 – Si osserva che se la forza F applicata supera un valore critico $F_0 = 100$ N, il corpo 2 resta fermo rispetto al corpo 1. Si trovi il coefficiente di attrito statico μ fra i corpi 1 e 2.

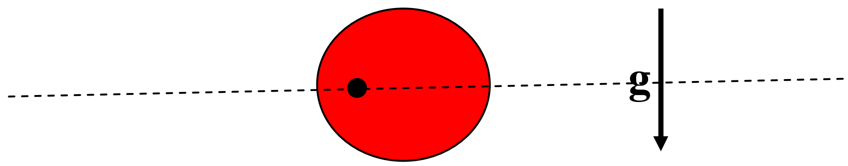
1.2 – Adesso si supponga che l'attrito statico e dinamico siano caratterizzati dallo stesso coefficiente $\mu = 0.3$. In questo caso, si osserva che, per $F = 100$ N, il corpo 2 scivola rispetto al corpo 1. Si trovi a quale istante il corpo 2 arriva a terra assumendo che al tempo 0 si trovi ad altezza h.

Esercizio 2 - Un sistema è costituito da due carrucole, a e b, identiche di masse uguali $m_a = m_b = m = 2$ kg. Le due carrucole hanno raggi uguali e pari a $r_1 = r_2 = r = 10$ cm. La carrucola b può ruotare liberamente attorno al suo asse che è fissato rispetto al soffitto da una staffa verticale. All'asse della carrucola a è fissato il corpo 1 di massa $M = 4m$. Una corda di massa trascurabile ed inestensibile è collegata alle carrucole come mostrato in figura con un'estremità fissata al soffitto ed una collegata ad un corpo di massa m_2. La corda non scivola rispetto alle carrucole (i punti delle carrucole P e Q in figura hanno la stessa velocità della corda in contatto con essi).

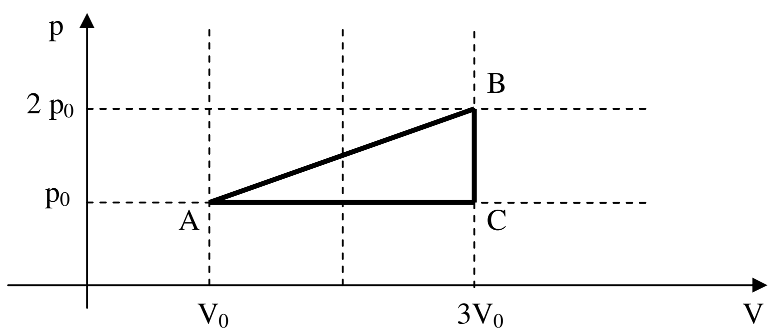


Si calcoli per quale valore di m_2 il sistema sta in equilibrio (le carrucole non ruotano e i corpi restano fermi).

Esercizio 3 – Una sfera di raggio r = 10 cm e massa m = 2 kg è libera di ruotare senza attrito attorno ad un asse orizzontale uscente dal piano della figura e passante a distanza $d = r/2$ dal centro della sfera. La sfera si trova inizialmente nella posizione indicata in figura e, poi, viene lasciata libera di ruotare. Si trovi la massima velocità angolare raggiunta dalla sfera nel moto successivo e la reazione dell'asse nel punto di massima velocità angolare.



Esercizio 4 – Un gas biatomico ideale con n = 0.1 moli compie il ciclo $ABCA$ mostrato in figura con $p_0 = 10^5$ Pa e $V_0 = 10^{-3}$ m^3.



4.1 – Si dica, giustificando la risposta, se il sistema si comporta da motore o da pompa di calore e se il gas scambia calore con due o più termostati. Si calcoli, inoltre, il calore totale assorbito dal gas e la massima temperatura raggiunta nel ciclo.

4.2 – Sapendo che le molecole del gas hanno massa $m = 5 \times 10^{-26}$ kg, si calcoli la velocità quadratica media <u>minima</u> raggiunta dalle molecole nel ciclo.

(si usino i valori R = 8.315 J/(K mole) e $N_A = 6.022\ 10^{+23}$)

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Es.1- 1.1 – Se il corpo 2 resta fermo rispetto al corpo 1 significa che entrambi i corpi sono accelerati con la stessa accelerazione a lungo l'asse x. Per la prima equazione cardinale della dinamica:

$$F = M_{tot}\, a = 6ma/5 \qquad \Rightarrow \qquad a = 5\, F/(6\, m) \qquad (1)$$

L'unica forza diretta lungo l'asse x e agente sul corpo 2 è la reazione R_{12} esercitata dal corpo 1 sul 2 diretta nel verso positivo dell'asse x. Dunque, l'equazione del moto del corpo 2 è

$$R_{12} = m\, a/5. \qquad (2)$$

Sostituendo nella (2) il valore di a in eq.(1) si trova:

$$R_{12} = F/6 \qquad (3)$$

Se il corpo 2 non scivola, lungo l'asse y verticale, deve valere l'equazione del moto:

$$F_s - m\, g/5 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad F_s = m\, g/5 \qquad (4)$$

Dove F_s è la forza di attrito statico agente sul corpo 2. Il corpo 2 può effettivamente restare fermo solo se la forza di attrito F_s necessaria per tenerlo fermo è minore della massima forza di attrito statico $F_{max} = \mu\, R_{12} = m\, F/6$. Dunque, il corpo sta fermo se:

$$m\, g\, /\, 5 \leq \mu\, F/6 \qquad \Rightarrow \qquad F \geq 6\, m\, g\, /\, (5\, \mu) = F_0 \qquad (5)$$

Dunque, il coefficiente di attrito statico è:

$$\mu = 6\, mg\, /\, (5\, F_0) = 0.59 \qquad (6)$$

1.2 – In questo caso vale ancora l'equazione (1) e, quindi, la reazione del corpo 1 sul 2 è ancora $R_{12} = F/6$ [eq. (3)] . La forza di attrito dinamico è, perciò, diretta lungo l'asse y nel verso positivo ed è pari a:

$$F_d = \mu\, R_{12} = 0.3\, F/6 = 5\ \mathrm{N} \qquad (7)$$

L' equazione del moto del corpo 2 lungo l'asse y è:

$$F_d - m\, g/5 = m\, a_y/5 \qquad \Rightarrow \qquad a_y = 5\, F_d/m - g \qquad (8)$$

Lungo l'asse x, invece il corpo 2 ha sempre la stessa accelerazione del corpo 1 data in equazione (1). Dunque ,

$$a_x = 5\, F/(6\, m) \qquad (9)$$

Il moto del corpo lungo l'asse verticale y è uniformemente accelerato. Dunque, il corpo arriva a terra quando $y = h + a_y t^2/2 = 0$, cioè per

$$t = [\, 2\, h\, /\, (g - 5\, F_d/m)]^{1/2} = 0.91\ \mathrm{s} \qquad (10)$$

Soluzione Es.2 All'equilibrio, devono essere nulli tutti i momenti di forza agenti sulle carrucole e le forze agenti sulle carrucole e sui corpi. I momenti di forza sulle carrucole sono nulli solo se la tensione della fune che è appoggiata sulle carrucole è dovunque la stessa e pari ad un valore T. Il corpo 2 sta in equilibrio solo se la forza agente su di esso lungo y è nulla, cioè

$$T = m_2\, g \qquad (1)$$

Analogamente, il corpo 1 sta fermo se la forza esercitata dalla fune ad esso attaccata è

$$T^* = Mg \qquad (2)$$

La carrucola 1 sta ferma se:

$$mg + T^* - 2\,T = 0$$

Sostituendo il valore T^* di equazione (2) nell'equazione sopra si trova:

$$T = 5\,mg\,/\,2 = 2.5\,m\,g \qquad (3)$$

sostituendo T dato dalla (1) nella (3), si trova $m_2 = 2.5\ m = 5$ kg (4)

3- Poiché non ci sono attriti, si conserva l'energia meccanica del sistema. Assumendo come zero dell'energia potenziale la posizione iniziale dove la sfera è ferma, l'energia iniziale è

$$E_i = 0 \qquad (1)$$

La massima energia cinetica della sfera viene raggiunta quando il centro di massa della sfera si trova nel punto di energia potenziale minima con il centro sotto all'asse a distanza $r/2$ da esso. In tale punto l'energia meccanica (finale) è

$$E_f = I\,\omega^2/2 - m\,g\,r/2 \qquad (2)$$

dove I è il momento di inerzia della sfera rispetto all'asse. Utilizzando il teorema degli assi paralleli si trova

$$I = 2\,mr^2/5 + mr^2/4 \qquad (3)$$

Imponendo l'uguaglianza $E_i = E_f$ si trova:

$$\omega = (m\,g\,r\,/\,I)^{1/2} = [20\,g/\,(13\,r)]^{1/2} = 12.3 \text{ rad/s} \qquad (4)$$

Il centro di massa della sfera compie un moto circolare di raggio $r/2$ attorno all'asse. Nel punto di massima velocità angolare, l'accelerazione è solo centripeta $a = \omega^2\,r\,/\,2$ diretta verso l'alto perché in tale punto di massima velocità l'accelerazione tangenziale dv/dt è nulla. Indicando con x l'asse verticale con verso dal basso in alto e con R la componente della forza di reazione dell'asse lungo x (l'unica componente diversa da zero), si può scrivere la I equazione Cardinale della Dinamica nella forma:

$$R - mg = m\,\omega^2\,r\,/\,2 \quad \text{e, quindi,} \quad R = m\,(\,g + \omega^2\,r\,/\,2) = 34.7 \text{ N} \qquad (5)$$

Soluzione Esercizio 4 – 4.1 – Il lavoro fatto nel ciclo è maggiore di zero e, quindi, il sistema è un motore. Dalla figura si deduce immediatamente che nel ciclo il gas assume diverse temperature da un minimo in A ad un massimo in C. Conseguentemente sono necessari più di due termostati per realizzare il ciclo. Poiché nel ciclo non c'è variazione di energia interna, il calore totale assorbito dal gas nel ciclo è pari al lavoro totale che è pari all'area interna al triangolo di figura. Dunque:

$$Q = p_0V_0 = 100 \text{ J} \qquad (1)$$

La massima temperatura viene raggiunta nel punto dove è massimo il prodotto pV, cioè nel punto B. Dalla legge dei gas perfetti si deduce

$$T_B = 6p_0V_0/nR = 722 \text{ K} \qquad (2)$$

4.2 - La velocità quadratica media del gas si ottiene dalla legge

$$\frac{3}{2}K_B T = \frac{1}{2}\ m\langle v^2\rangle \tag{3}$$

da cui si deduce che la velocità quadratica media $v_{qm} = (<v^2>)^{1/2}$ è minima nel punto dove la temperatura è minima, cioè in A dove

$$T_A = p_0V_0/nR = 120\ \text{K} \tag{4}$$

Dunque, la velocità quadratica media minima delle molecole è:

$$v_{qm} = \sqrt{\frac{5K_BT_A}{m}} = \sqrt{\frac{5RT_A}{N_Am}} = 315\ \text{m/s} \tag{5}$$