Ingegneria dell'energia, A.A. 2018/19
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli
Secondo foglio di esercizi
Domande di introduzione

Domanda 1 a- Mostrare con un esempio che due piani bidimensionali in $\mathbf{R}^5$ posson essere "sghembi", ovvero avere intersezione vuota ma con i due piani ad essi paralleli e passanti per $(0,0,0,0,0)$, che si intersecano solo in $(0,0,0,0,0)$.
Si assuma che dati quattro elementi di $\mathbf{R}^4$ linearmente indipendenti, ogni altro elemento di $\mathbf{R}^4$ si scrive come somma di loro multipli reali.
b- Si mostri quindi che due piani bidimensionali in $\mathbf{R}^4$ con i due piani ad essi paralleli e passanti per $(0,0,0,0,0)$, che si intersecano solo in $(0,0,0,0,0)$, si intersecano in almeno un punto.
c- Si mostri quindi che due piani bidimensionali in $\mathbf{R}^4$ con i due piani ad essi paralleli e passanti per $(0,0,0,0,0)$ con intersezione non solo $\{(0,0,0,0,0)\}$, possono aver intersezione vuota.

Domanda 2 Trovare la proiezione ortogonale di $(1,2,3,4,5)$ sulla retta $t(1,1,2,1,3),\ t \in \mathbf{R}$.

Domanda 3 a- Mostrare che le soluzioni del sistema nelle variabili $(x,y,z,u,v) \in \mathbf{R}^5$ determinano un piano bidimensioanle $\begin{cases} x + y + 3z + u + 4v = 0 \\ x + y + 3z + 2u + 3v = 0 \\ x + y - z + u + 2v = 0 \end{cases}$
b- Descrivere in forma parametrica tale piano bidimensionale.

Domanda 4 a- Trovare delle equazioni cartesiane che determinino l'ortogonale del piano bidimensionale di $\mathbf{R}^5$ definito da $\begin{cases} x + y + 3z + u + 4v = 0 \\ x + y + 3z + 2u + 3v = 0 \\ x + y - z + u + 2v = 0 \end{cases}$
b- Descrivere in forma parametrica tale ortogonale.

Domanda 5 Trovare la proiezione ortogonale di $(1,2,3,4,5)$ sul piano bidimensionale di $\mathbf{R}^5$ definito da $\begin{cases} x + y + 3z + u + 4v = 0 \\ x + y + 3z + 2u + 3v = 0 \\ x + y - z + u + 2v = 0 \end{cases}$.

Domanda 6 Calcolare la distanza di $(1,2,3,4,5)$ dal piano bidimensionale di $\mathbf{R}^5$ definito da $\begin{cases} x + y + 3z + u + 4v = 0 \\ x + y + 3z + 2u + 3v = 0 \\ x + y - z + u + 2v = 0 \end{cases}$.

Domanda 7 Calcolare la distanza di $(1,2,3,4,5)$ dal piano bidimensionale di $\mathbf{R}^5$ dato in forma parametrica da $s(1,1,1,0,1) + t(1,0,1,1,1),\ t,\ s \in \mathbf{R}$.

Domanda 8 Determinare la proiezione ortogonale della retta in $\mathbf{R}^4$ data in forma parametrica $t(1,1,1,1)$, $t \in \mathbf{R}$ sul piano bidimensionale in $\mathbf{R}^4$ defonto da $\begin{cases} x - y + z + u = 0 \\ x + y + 3z + 2u = 0 \end{cases}$.

Domanda 9a- Verificare che le equazioni $\begin{cases} x + 2y + 2z + u = 0 \\ x + y + 3z + 2u = 0 \\ x - y - z + u = 0 \end{cases}$, $(x,y,z,u) \in \mathbf{R}^4$, individuano una retta in $\mathbf{R}^4$.

b- Nel caso trovare delle equazioni per la sua proiezione ortogonale sul piano bidimensionale in $\mathbf{R}^4$ defonto da $\begin{cases} x - y + z + u = 0 \\ x + y + 3z + 2u = 0 \end{cases}$.

Domanda 10 Determinare la proiezione ortogonale della retta di $\mathbf{R}^4$ individuata da
$\begin{cases} x + y + z + u = 0 \\ x - y + z + 2u = 1 \\ x + y + 3z + 2u = 0 \end{cases}$, sul piano defonto da $\begin{cases} x - y + z + u = 0 \\ x + y + 3z + 2u = 0 \end{cases}$.

Ingegneria dell'energia, A.A. 2018/19
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Secondo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 1.

1. Per quali valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ le equazioni $\begin{cases} \alpha x + y + 3z + \alpha u = \alpha \\ x + \alpha y + 3\alpha z + 2u = \alpha + 1 \\ x + y + z + 2u = \alpha - 1 \end{cases}$, $(x, y, z, u) \in \mathbf{R}^4$, individuano una retta?

2. Per quali tra questi parametri la retta non ha intersezione con il piano bidimensionale in $\mathbf{R}^4$ definito da $\begin{cases} x - y + z + u = 0 \\ x + y + 3z + 2u = 0 \end{cases}$?

3. Per quali di quest'ultimi parametri la retta non ha traslate contenute nello stesso piano?

Ingegneria dell'energia, A.A. 2018/19
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Secondo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 2.

Si discuta al variare del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ la dimensione dell'insieme delle eventuali soluzioni del sistema nelle variabili $(x, y, z, u) \in \mathbf{R}^4$ $\begin{cases} \alpha x + y + 3z + \alpha u = \alpha \\ x + \alpha y + 3\alpha z + 2u = \alpha + 1 \\ x + y + z + 2u = \alpha - 1 \\ \alpha x + y - z + u = 0 \end{cases}$.

Ingegneria dell'energia, A.A. 2018/19
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Secondo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 3.

1. Si riduca a scala la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 & 1 & 4 & a \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 2 & 3 & b \\ 1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 2 & c \end{pmatrix}$.

2. Usando tale riduzione si discuta, al variare dei dati $(a, b, c) \in \mathbf{R}^3$ il sistema

$$\begin{cases} x + y + 3z + v + 4w = a \\ x + y + 3z + 2v + 3w = b \\ x + y - z + v + 2w = c \end{cases}$$

nelle incognite $(x, y, z, u, v, w) \in \mathbf{R}^6$, scrivendo in forma parametrica l'insieme delle soluzioni.

Ingegneria dell'energia, A.A. 2018/19
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Secondo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 4.

1. Si riduca a scala la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & 1 & b \\ 3 & 3 & -1 & c \\ 0 & 0 & 0 & d \\ 1 & 2 & 1 & e \\ 4 & 3 & 2 & f \end{pmatrix}$.

2. Usando tale riduzione si discuta, al variare dei dati $(a, b, c, d, e, f) \in \mathbf{R}^6$ il sistema

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ x + y + z = b \\ 3x + 3y - z = c \\ 0 = d \\ x + 2y + z = e \\ 4x + 3y + 2z = f \end{cases}$$

nelle incognite $(x, y, z) \in \mathbf{R}^3$;
- scrivendo in forma cartesiana e in forma parametrica le condizioni sui dati per la risolubilità,
- scrivendo in forma parametrica l'insieme delle soluzioni.

Ingegneria dell'energia, A.A. 2018/19
ALGEBRA LINEARE F.Acquistapace, V.M.Tortorelli

Secondo foglio di esercizi:
esercizi formato esame

Esercizio 5.

1. Si riduca a scala la matrice $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 & a \\ 1 & 1 & 1 & 2 & b \\ 3 & 3 & -1 & -4 & c \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d \\ 1 & 2 & 1 & 3 & e \\ 4 & 3 & 2 & 2 & f \end{pmatrix}$.

2. Usando tale riduzione si discuta, al variare dei dati $(a, b, c, d, e, f) \in \mathbf{R}^6$ il sistema

$$\begin{cases} x & + & y & + & z & + & 2u & = & a \\ x & + & y & + & z & + & 2u & = & b \\ 3x & + & 3y & - & z & - & 4u & = & c \\ & & & & & & 0 & = & d \\ x & + & 2y & + & z & + & 3u & = & e \\ 4x & + & 3y & + & 2z & & +2u & = & f \end{cases}$$

nelle incognite $(x, y, z, u) \in \mathbf{R}^6$;
- scrivendo in forma cartesiana e in forma parametrica le condizioni sui dati per la risolubilità,
- scrivendo in forma parametrica l'insieme delle soluzioni.