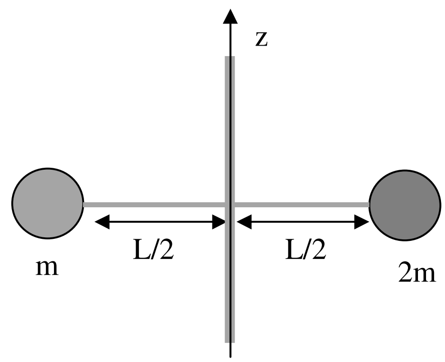
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE,

31 gennaio 2019

Esercizio 1 – Un manubrio è costituito da una barra di massa m = 2 kg e lunghezza L = 50 cm avente agli estremi due sfere di ugual raggio r = 5 cm e masse, rispettivamente, pari a m e $2m$. Per il centro del manubrio passa un asse di sezione trascurabile (e massa trascurabile) perpendicolare al manubrio e ad esso saldato come mostrato schematicamente in figura. Un motore elettrico applica sull'asse una coppia di forze di momento τ_0 = 0.5 N m costante. Per semplicità si assuma che il sistema si trovi in assenza di gravità.



1.1 – Si calcoli l'accelerazione angolare α del manubrio (4 punti).

1.2 – Sapendo che il manubrio è inizialmente fermo (al tempo t = 0), si calcoli il modulo F della forza esercitata dall'asse sul manubrio e l'angolo θ formato dalla forza con il manubrio al tempo t = 2 s.(6 punti)

Esercizio 2 – Un corpo 1 di massa M = 2 kg viene sparato verticalmente da terra al tempo t = 0 con velocità v_1 = 10 m/s. Al tempo t_0 = 0.5 s viene sparato verticalmente dallo stesso punto un corpo 2 di massa m = 0.5 kg con velocità v_2 = 20 m/s.

2.1 – Si dica a quale altezza da terra il corpo 2 urta il corpo 1. (5 punti)

2.2 – Sapendo che il corpo 2 resta attaccato al corpo 1 e che l'urto dura un intervallo di tempo Δt = 0.001 s, si trovi la forza media esercitata dal corpo 2 sul corpo 1 durante l'urto e l'energia che è stata dissipata nell'urto. (5 punti)

Esercizio 3 – n = 0.1 moli di gas perfetto monoatomico occupano inizialmente un volume V_0 = 1 litro e compiono una trasformazione reversibile in cui il lavoro fatto per arrivare ad un nuovo volume V dipende dal volume secondo la legge $L = a\,(1/V_0 - 1/V)$ dove $a = 1$ è una costante.

3.1 – Si trovino le unità di misura della costante a (2 punti)

3.2- Si trovi come dipende la pressione p dal volume V durante la trasformazione e si dica se la trasformazione corrisponde ad una delle trasformazioni reversibili note (isocora, isobara, isoterma o adiabatica). (4 punti)

3.3 – Si trovi il calore totale assorbito dal gas nella trasformazione sapendo che il volume finale è 2 V_0 e si calcoli la temperatura finale T_f raggiunta dal gas. (4 punti)

Si utilizzi per i calcoli il valore R = 8.316 J/ (mole K) della costante dei gas perfetti.

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1 - 1.1- l'accelerazione angolare si trova utilizzando la II equazione cardinale della dinamica dei sistemi da cui si deduce:

$$\alpha = \tau_0/I = 0.849 \text{ rad/s}^2 \qquad (1)$$

Dove I è il momento di inerzia del sistema rispetto all'asse z. Poiché l'asse ha raggio trascurabile, il momento di inerzia è dato solamente da quello della barra e delle due sfere e, quindi, è pari a

$$I = mL^2/12 + \ 6\, mr^2/5 + 3m\,(L/2 + r)^2 = 0.589 \text{ kg m}^2 \qquad (2)$$

1.2- La forza esercitata dall'asse sul manubrio è l'unica forza applicata su di esso (la forza peso è assente per ipotesi) e, quindi, essa deve soddisfare la I equazione cardinale che si scrive:

$$\boldsymbol{F} = 4\, m\, \boldsymbol{a} \qquad (3)$$

Dove $\boldsymbol{a}$ è il vettore accelerazione del centro di massa del manubrio. Il centro di massa del manubrio si trova ad una distanza dall'asse z pari a

$$d = m\,(L/2 + r)/(4\, m) = L/8 + r/4 = 0.075 \text{ m} \qquad (4)$$

Il centro di massa compie un moto circolare uniformemente accelerato (l'accelerazione tangenziale $a_t = \alpha\, d$ è costante e diversa da zero). La velocità istantanea del moto circolare è

$$v = \omega\, d = \alpha\, t\, d \qquad (5)$$

Dunque, l'accelerazione centripeta che è diretta verso il centro di rotazione <u>parallelamente alla barra</u> che congiunge le due sfere è pari in modulo a

$$a_c = \omega^2\, d = (\alpha\, t)^2\, d = 0.216 \text{ m/s}^2 \qquad (6)$$

$$a_t = \alpha\, d = 0.0637 \text{ m/s}^2 \qquad (7)$$

conseguentemente, il modulo della forza $\boldsymbol{F}$ di equazione (3) è

$$F = 4\, m\, a = 4\, m\, (a_c^2 + a_t^2)^{1/2} = 1.80 \text{ N} \qquad (8)$$

Mentre l'angolo θ formato da tale forza con la barra è

$$\theta = \text{atan}\,(F_t/F_c) = \text{atan}\,(a_t/a_c) = 16.4\ ° \qquad (9)$$

dove $F_t = m\, a_t$ e $F_c = m\, a_c$ sono le componenti della forza rispettivamente perpendicolare e parallela all'asta.

Soluzione Es. 2 - 2.1 – Le leggi orarie dei corpi 1 e 2 per il loro spostamento lungo l'asse verticale con l'origine nel punto di partenza sono, rispettivamente,:

$$y_1(t) = v_1\, t - g\, t^2/2 \qquad (1)$$

e

$$y_2(t) = v_2\,(t - t_0) - g\,(t - t_0)^2/2 \qquad = v_2\,t - v_2\,t_0 - g\,t^2/2 + g\,t\,t_0 - g\,t_0^2/2 \qquad (2)$$

dove la relazione (2) vale solo per $t \geq t_0$. Uguagliando le due espressioni (1) e (2) e svolgendo semplici passaggi algebrici si trova l'istante t in cui avviene la collisione che è pari a

$$t = (v_2\,t_0 + g\,t_0^2/2)/(v_2 + g\,t_0 - v_1) = 0.753\text{ s} \qquad (3)$$

Sostituendo l'istante t dato dalla (3) nella (1) (o nella (2)), si trova l'altezza a cui avviene l'urto:

$$h = y_1(t) = v_1\,t - g\,t^2/2 = 4.75\text{ m} \qquad (4)$$

2.2 - L'urto è totalmente anelastico e le velocità dei due corpi 1 e 2 all'istante $t = 0.753$ s subito prima dell'impatto sono date, rispettivamente da

$$v_1(t) = v_1 - g\,t = 2.62\text{ m/s} \qquad (5)$$

e $$v_2(t) = v_2 - g\,(t - t_0) = 17.5\text{ m/s} \qquad (6)$$

Durante l'urto che dura un tempo molto piccolo, si conserva la quantità di moto totale del sistema e, quindi, la velocità finale del sistema di massa totale $M + m$ dopo l'urto è

$$v_f = [\,M\,(v_1 - g\,t\,) + m\,(v_2 - g\,(t - t_0))]/(M + m) = 5.60\text{ m/s} \qquad (7)$$

L'impulso della forza esercitata dal corpo 2 sul corpo 1 è pari alla variazione della quantità di moto del corpo 1, cioè

$$I = M\,v_f - M\,v_1(t) = 5.96\text{ N s} \qquad (8)$$

Dove $v_1(t)$ è la velocità del corpo 1 subito prima dell'urto in eq.(5).

La forza media è rivolta verso l'alto ed è pari a $F_m = I/\Delta t = 5.96\ 10^3$ N (9)

L'energia dissipata è pari alla differenza fra l'energia cinetica iniziale del sistema subito prima dell'urto e quella subito dopo l'urto, cioè

$$E_{diss} = (\,M\,v_1(t)^2 + m v_2(t)^2)\,/\,2 - (M + m)\,v_f^2\,/\,2 = 44.2\text{ J} \qquad (10)$$

Soluzione Es. 3

3.1 – Le dimensioni di a corrispondono al prodotto di un lavoro per un volume e, quindi, le unità di misura di a sono J m^3.

3.2 – In una trasformazione reversibile da un volume iniziale V_0 ad un volume V il lavoro è dato dalla relazione:

$$L = \int_{V_0}^{V} p(V)\,dV \qquad (1)$$

Ma allora, per il teorema fondamentale dell'integrazione, la pressione $p(V)$ si ottiene utilizzando la relazione inversa

$$p(V) = dL/dV = 1/V^2 \qquad (2)$$

dove $L = (1/V_0 - 1/V)$.

La dipendenza funzionale in eq.(2) non corrisponde a nessuna delle relazioni caratterizzanti le trasformazioni reversibili standard. In particolare, p non è costante e, quindi, si può escludere la trasformazione isobara reversibile. Anche la isocora V = costante non può essere descritta dalla (2). Lo stesso vale per l'isoterma reversibile dove $p(V) = \text{cost}/V$ e per l'adiabatica reversibile dove $p(V) = \text{cost}/V^{5/3}$.

3.3 – Il calore assorbito nella trasformazione si deduce utilizzando il I Principio della Termodinamica e l'espressione della pressione p in funzione di V (eq.(2)).

$$Q = L + \Delta U = 1/V_0 - 1/(2V_0) + 3\,[p(2V_0)\,2\,V_0 - p(V_0)\,V_0]/2 = -1/(4\,V_0) = -\,250\text{ J} \qquad (3)$$

La temperatura finale si trova utilizzando la legge dei gas perfetti con la pressione data dalla (2)

$$T_f = [\,p(2\,V_0)\,2\,V_0\,]/(\,n\,R) = 1/(2\,n\,R\,V_0) = 601\text{ K} \qquad (4)$$