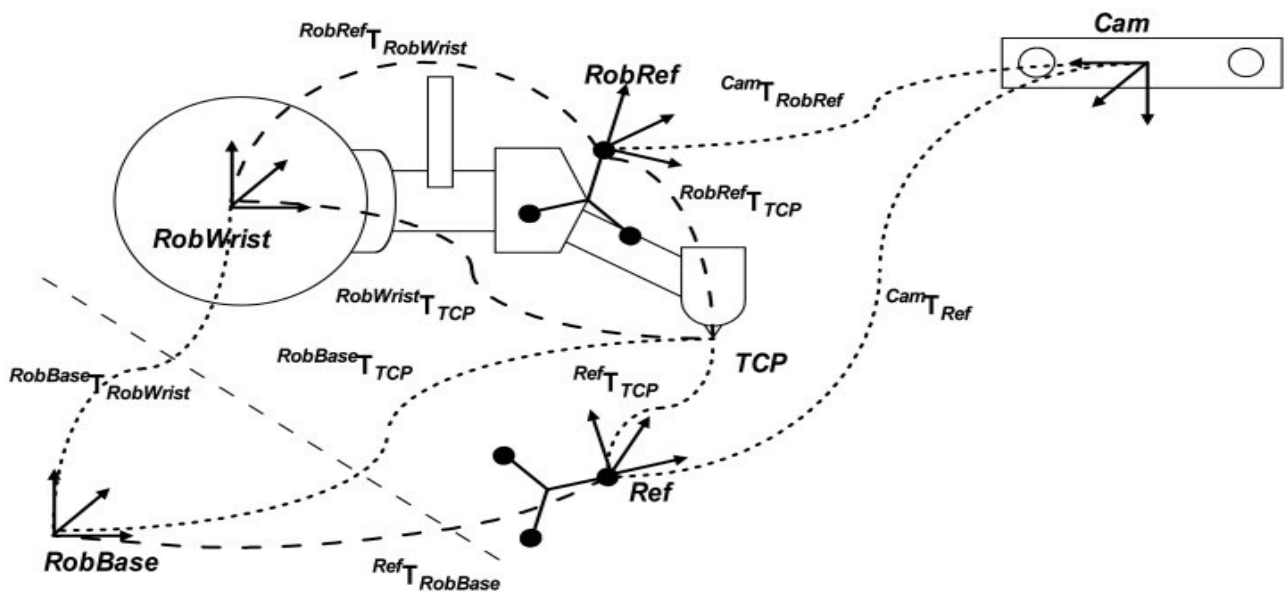


# CHIRURGIA ASSISTITA DAL CALCOLATORE

## Appunti dal corso del Prof. Vincenzo Ferrari A.A. 2016-17

### ALCUNE METODICHE DI CALIBRAZIONE



Picture by 'Robotic System Development for Cooperative Orthopedic Drilling Assistance'

## Introduzione

*“La **calibrazione** è l'operazione in cui uno strumento di misura viene regolato in modo da migliorarne l'accuratezza. Generalmente l'operazione richiede il confronto con delle misure di riferimento prodotte utilizzando uno strumento campione.”*

*Nota: calibrazione è un neologismo nato dall'italianizzazione del termine inglese calibration (che in realtà si traduce nell'italiano taratura); il termine inglese che identifica l'operazione descritta in questa voce è **adjustment** (spesso citato nelle normative internazionali). Nei testi italiani l'operazione è anche chiamata aggiustamento, regolazione o settaggio.” [Wikipedia]*

In metrologia la taratura si riferisce ad una procedura che ha come scopo quello di definire le caratteristiche metrologiche di uno strumento e quindi di aumentarne la precisione, mentre la calibrazione serve a rendere lo strumento più accurato.

Per i nostri scopi, utilizzeremo il termine calibrazione per descrivere le procedure necessarie per riferire in modo accurato un sistema di riferimento rispetto ad un altro, quando questi sono rigidamente vincolati tra loro. Nel nostro ambito il concetto di calibrazione è strettamente legato a quello di registrazione, poiché anche quest'ultima permette di riferire misure tra un sistema di riferimento ed un altro. E' bene quindi iniziare a distinguere tra il concetto di calibrazione e quello di registrazione (che vedremo successivamente):

- Se la relazione tra i due sistemi di riferimento si mantiene nel tempo, le procedure impiegate per determinare detta relazione sono dette di calibrazione. Per i nostri scopi si ricorre a procedure di calibrazione per mettere in relazione i vari sistemi di riferimento dei dispositivi presenti in sala operatoria.
- Se abbiamo sistemi di coordinate dinamicamente indipendenti la loro relazione verrà stimata per mezzo di procedure dette di registrazione. Per i nostri scopi si ricorre perlopiù a procedure di registrazione per mettere in relazione le immagini con il paziente (e la relazione cambierà quindi da paziente a paziente). Nel corso di Elaborazione delle Bioimmagini approfondirete anche le metodiche di registrazione per riferire tra di loro immagini acquisite con varie metodiche.

All'interno del corso, sia nel caso della calibrazione che della registrazione, avremo perlopiù a che fare con trasformazioni omogenee ma, in generale, le relazioni in gioco potranno anche essere non lineari (come abbiamo già visto per la calibrazione dei parametri di distorsione introdotti dalla lente in una camera), e non rigide (deformabili) più in generale.

In particolare, la calibrazione dei dispositivi presenti in sala operatoria è eseguita una tantum ed è spesso necessaria poiché i localizzatori forniscono la posa del sistema di riferimento del sensore montato sul dispositivo e talvolta risulta necessario riferire queste letture rispetto ad un altro punto o sistema di riferimento posizionato nella parte di maggior interesse del dispositivo (che generalmente non coincide con quella del sensore per problemi di ingombro e alloggiamento). Ad esempio, nel caso di un puntatore, il localizzatore fornisce la posa del sensore, generalmente vincolato all'impugnatura, mentre a noi interessa conoscere la posizione della punta. In questo caso il risultato della calibrazione è la posizione della punta del puntatore nel sistema di riferimento del sensore.

## 1. Calibrazione di un puntatore con il metodo del Pivot

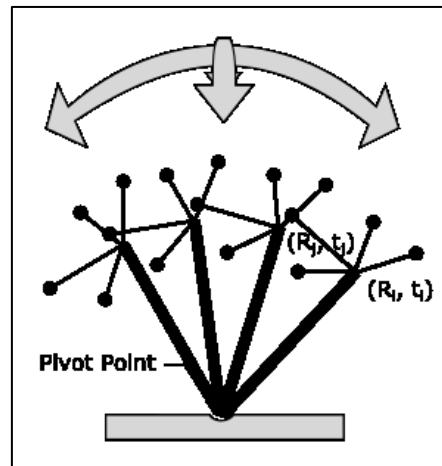


Figura 1: Rotazioni pivotali di un puntatore.

La calibrazione con il metodo del pivot è una procedura che permette di conoscere la posizione della punta (Pivot Point) rispetto ad un sensore alloggiato su di esso tracciabile da un localizzatore (Fig.1). Questo metodo si applica ad esempio nel caso di un sensore montato sullo stelo di un puntatore per inferirne la posizione della punta (utile per essere così in grado di acquisire nuovi punti e quindi nuove informazioni sull'anatomia del paziente). La calibrazione permette di determinare la relazione statica tra la punta ed il SdR (Sistema di Riferimento) fissato sul sensore. Con questa informazione si può poi riferire dinamicamente la punta rispetto al sistema di riferimento globale del localizzatore.

Consideriamo un oggetto da calibrare in punta a cui è vincolato rigidamente un sensore la cui posa (roto-traslazione) può essere determinata dinamicamente da un sistema di localizzazione. Fissiamo un SdR locale sul suddetto sensore ed uno globale (e fisso) sul localizzatore. Per poter applicare il metodo del pivot vincoliamo la punta dell'oggetto in esame in un incavo ed applichiamo una serie di rotazioni attorno a questo punto (detto punto pivotale). Per ognuna di queste rotazioni registriamo la matrice di roto-traslazione tra il SdR locale dell'oggetto e quello globale del localizzatore. Esistono varie metodiche per determinare a partire dalle informazioni così acquisite la posizione della punta sia rispetto al SdR locale dell'oggetto.

Vediamo adesso quali sono le equazioni in gioco e come risolvere il problema appena descritto con la soluzione detta algebrica.

## Soluzione algebrica della calibrazione con il metodo del pivot

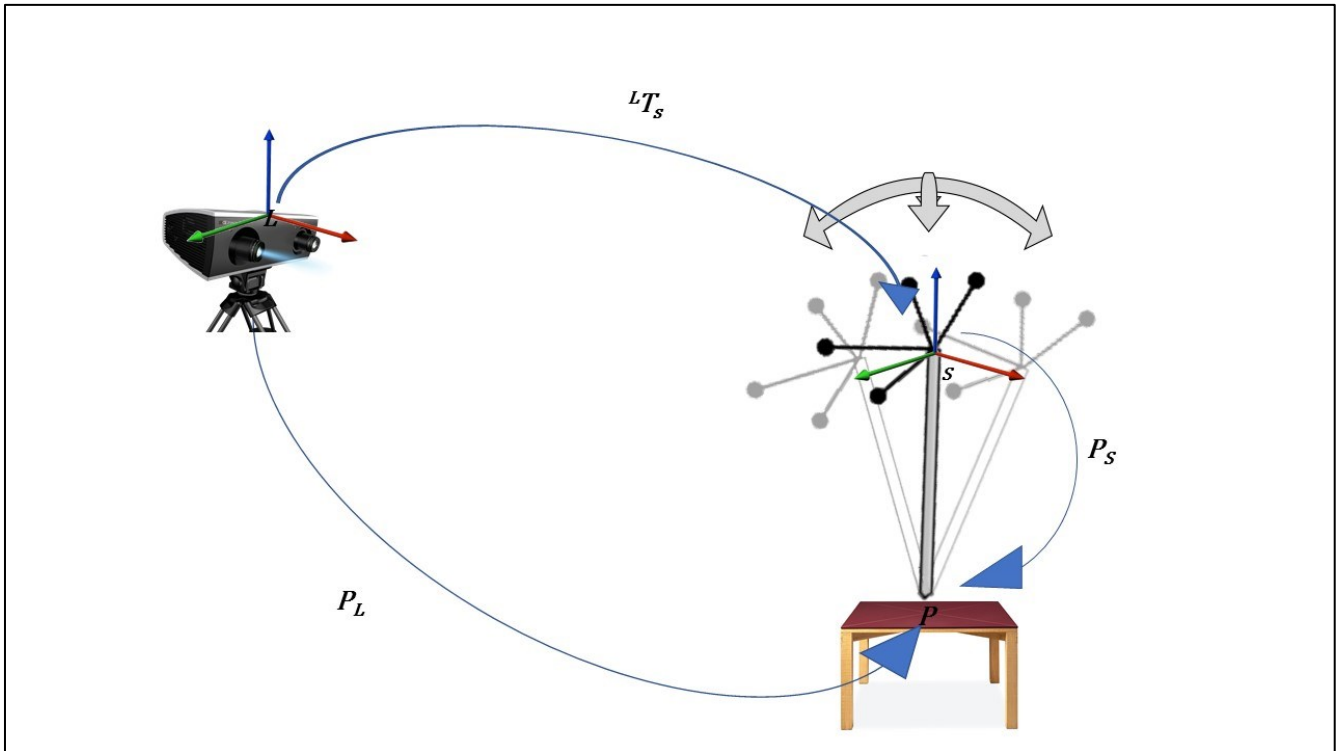


Figura 2: Sistemi di riferimento in gioco nella calibrazione con il metodo del pivot

La procedura di calibrazione per l'ottenimento del punto pivotale è la seguente:

La punta dell'utensile deve essere vincolata a ruotare attorno al punto P. Fissiamo un SdR locale S sul sensore ed un SdR globale L sul localizzatore. Sono acquisite nelle varie pose la posizione e la rotazione del sensore S rispetto al SdR globale L:

$R_i$  = rappresenta la matrice di rotazione di S rispetto ad L nell'acquisizione  $i$ -esima;

$t_i$  = rappresenta la traslazione nell'acquisizione  $i$ -esima.

Indichiamo con  $p_S$  la posizione della punta in S e con  $p_L$  la punta in L.  $p_S$  e  $p_L$  sono incognite, mentre tutte le  $R_i$  e  $t_i$  sono note.

Ad ogni acquisizione rimarrà sempre valida la seguente relazione:

$$\forall i, \quad R_i * P_S + t_i = P_L$$

(che in coordinate omogenee sarebbe:

$$\forall i \quad {}^L T_{Si} * \begin{pmatrix} P_S \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} P_L \\ 1 \end{pmatrix} \quad \text{dove} \quad {}^L T_{Si} = \begin{bmatrix} R_i & t_i \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

)

Riorganizzando le equazioni:

$$\forall i, \quad R_i * P_S - P_L = -t_i$$

$$\forall i, \quad R_i * P_S - I * P_L = -t_i$$

$$\forall i, \quad \begin{pmatrix} R_i & ; & - & 1 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 1 & 0 \\ & & & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} P_S \\ P_L \end{pmatrix} = -t_i$$

Matrice (3x6)                      vettore (6x1)      vettore (6x1)

Considerando poi n acquisizioni posso quindi ottenere il seguente sistema:

$$\begin{pmatrix} R1; -I \\ R2; -I \\ R3; -I \\ \vdots \\ Rn; -I \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} P_S \\ P_L \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} t1 \\ t2 \\ t3 \\ \vdots \\ tn \end{pmatrix}$$

E' un sistema lineare ( $Ax = b$ ) sovradeterminato in 6 incognite (le cui incognite sono  $p_S$  e  $p_L$ ). Può essere risolto ai minimi quadrati, cioè andando a determinare il vettore delle incognite  $x$  tale che:

$$\text{Min} \|b - Ax\|_2$$

Con il metodo detto della pseudo inversa

$$A^T A x = A^T B$$

$$x = (A^T A)^{-1} A^T B$$

$$\begin{pmatrix} P_S \\ P_L \end{pmatrix} = x$$

Dei 6 parametri, quelli che interessano sono i 3 relativi a  $P_S$ . Gli altri 3 relativi a  $P_L$  possono essere utili come verifica (controllo di ragionevolezza).

## 2. Calibrazione di sorgenti di imaging volumetriche con un localizzatore.

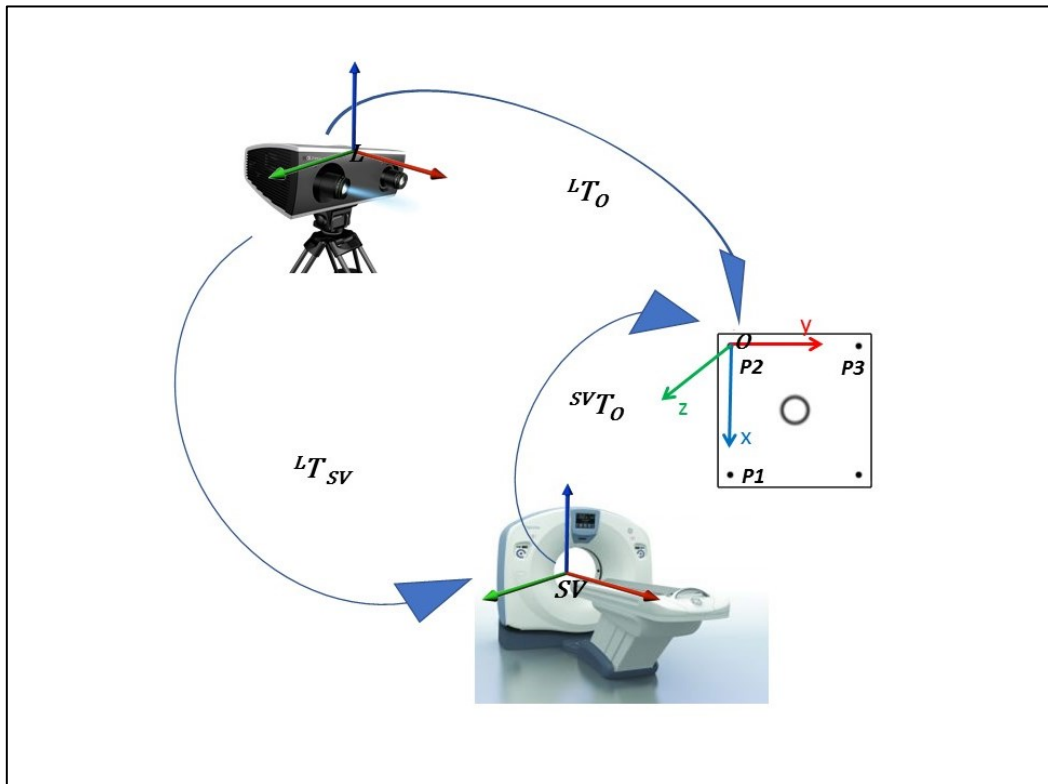


Figura 3: Sistema con scanner volumetrico (in basso), telecamera (in alto a sx), puntatore (a dx) e oggetto con tre punti (al centro)

Quando in sala operatoria è utilizzato uno scanner volumetrico, questo restituisce un'immagine sulla quale è possibile andare a determinare la posizione spaziale di particolari punti di interesse che possono essere presi come riferimento per effettuare una determinata operazione chirurgica. Per fornire funzionalità di navigazione chirurgica, gli stessi punti possono essere riferiti rispetto ad un sistema di localizzazione ed il chirurgo, attraverso l'utilizzo di un puntatore opportunamente calibrato come abbiamo visto nel paragrafo precedente, può identificare in tempo reale sulla mappa la posizione del punto sull'anatomia dove si trova il puntatore. Mettere in relazione questi due sistemi (localizzatore e scanner) vuol dire calcolare la matrice di roto-traslazione tra i sistemi di riferimento dello scanner e del localizzatore che permette di visualizzare in modo coerente all'interno di una stessa scena virtuale le informazioni acquisite da entrambi i sistemi.

## 2.1 Calibrazione con il metodo dei 3-Punti-Corrispondenti

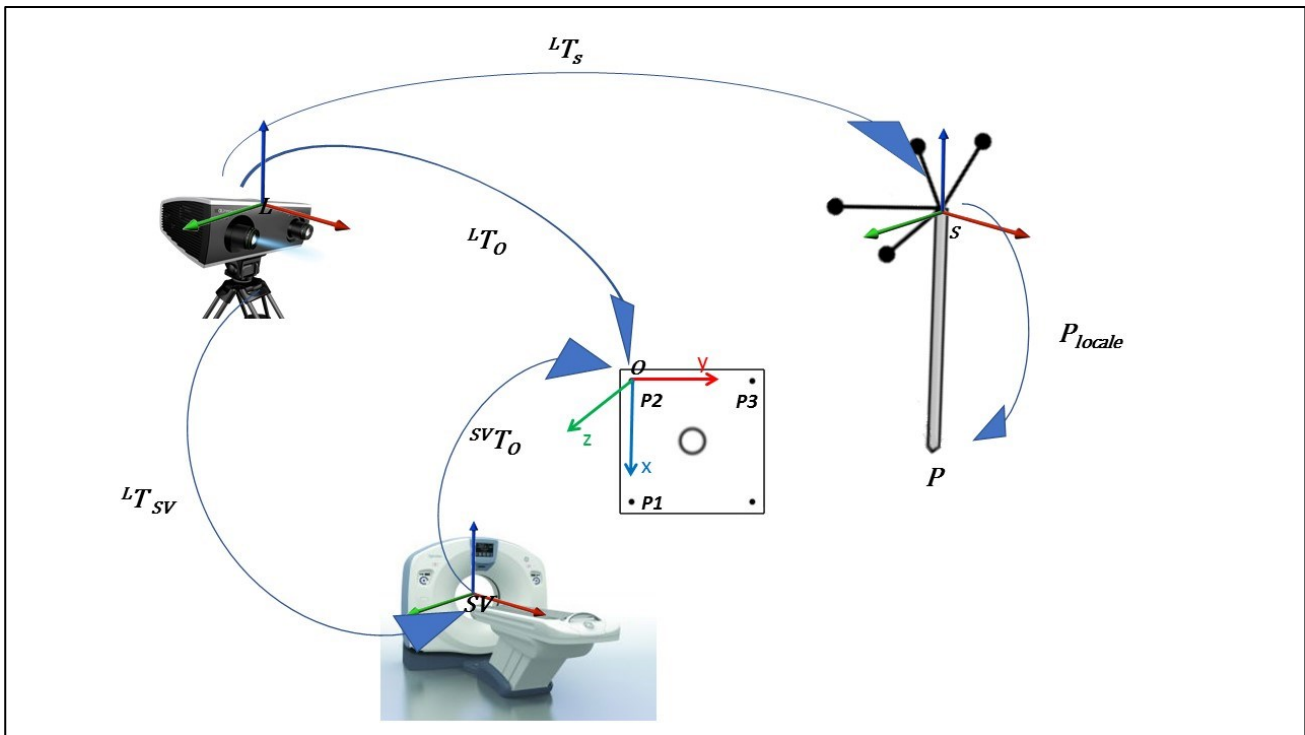


Figura 4: Calibrazione con il metodo dei 3 punti

Vediamo quindi come è possibile effettuare la calibrazione applicando il metodo dei 3 punti corrispondenti considerando il seguente esempio. Abbiamo un puntatore (Fig.4), uno scanner volumetrico SV su cui fissiamo un sistema di riferimento locale SV, un localizzatore su cui fissiamo un sistema di riferimento globale e fisso L ed infine un oggetto di calibrazione su cui vi sono 3 riferimenti P1, P2, e P3 visibili nell'immagine dello scanner ed identificabili tramite un puntatore calibrato rispetto al localizzatore Ottico. Il metodo permette di ottenere una corrispondenza univoca tra lo spazio immagine (SV) e lo spazio del localizzatore (L).

I 6 passaggi da eseguire sono i seguenti:

1. Posizionare l'oggetto di calibrazione in modo che non si possa muovere;
2. Acquisire i 3 punti  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  rispetto al SdR dello scanner volumetrico SV;
3. Acquisire i 3 punti  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  rispetto al SdR del localizzatore L;
4. A partire dagli stessi tre punti, definire un sistema di riferimento sull'oggetto in esame O;
5. Calcolo le matrici  ${}^{SV}T_O$  e  ${}^L T_O$  in coordinate omogenee, che ad esempio possono essere costruite nel seguente modo:

- *Determino i versori del SdR che ho definito in L:*

$$\hat{x}_l = \frac{P_{1l} - P_{2l}}{\|P_{1l} - P_{2l}\|}; \quad \hat{z}_l = \frac{\hat{x}_l \times (P_{3l} - P_{2l})}{\|\hat{x}_l \times (P_{3l} - P_{2l})\|}; \quad \hat{y}_l = \hat{z}_l \times \hat{x}_l$$

Una volta trovati i versori posso costruire la matrice di trasformazione tra il localizzatore L e l'oggetto O:

$${}^L T_0 = \begin{bmatrix} \hat{x}_l & \hat{y}_l & \hat{z}_l & t_l \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

dove la traslazione  $t_l$  coincide con il punto  $P_2$  in quanto il SdR scelto è centrato su  $P_2$ :

$$t_l = P_{2l}$$

- *Determino i versori del medesimo SdR in SV:*

$$\hat{x}_{sv} = \frac{P_{1sv} - P_{2sv}}{\|P_{1sv} - P_{2sv}\|}; \quad \hat{z}_{sv} = \frac{\hat{x}_{sv} \times (P_{3sv} - P_{2sv})}{\|\hat{x}_{sv} \times (P_{3sv} - P_{2sv})\|}; \quad \hat{y}_{sv} = \hat{z}_{sv} \times \hat{x}_{sv}$$

Dove  $P_{1sv}, P_{2sv}, P_{3sv}$  sono i punti espressi in coordinate locali SV. Una volta trovati i versori posso costruire la matrice di trasformazione:

$${}^{SV} T_0 = \begin{bmatrix} \hat{x}_{sv} & \hat{y}_{sv} & \hat{z}_{sv} & t_{sv} \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

dove la traslazione  $t_{sv}$  coincide ancora con il punto  $P_2$ :

$$t_{sv} = P_{2sv}$$

6. Calcolo la matrice  ${}^L T_{SV}$

$${}^L T_{SV} = {}^L T_0 * ({}^{SV} T_0)^{-1}$$

In questo modo ho trovato la una relazione tra sistema di Localizzazione e Scanner Volumetrico che mi permette di visualizzare all'interno della stessa scena sia il puntatore (calibrato precedentemente con il metodo del pivot) che l'immagine acquisita dallo scanner volumetrico. Muovendo il puntatore nell'ambiente reale sarò in grado di visualizzarlo coerentemente nell'ambiente virtuale.

## 2.2 Esempio di applicazione del metodo dei 3 punti corrispondenti per finalità di registrazione.



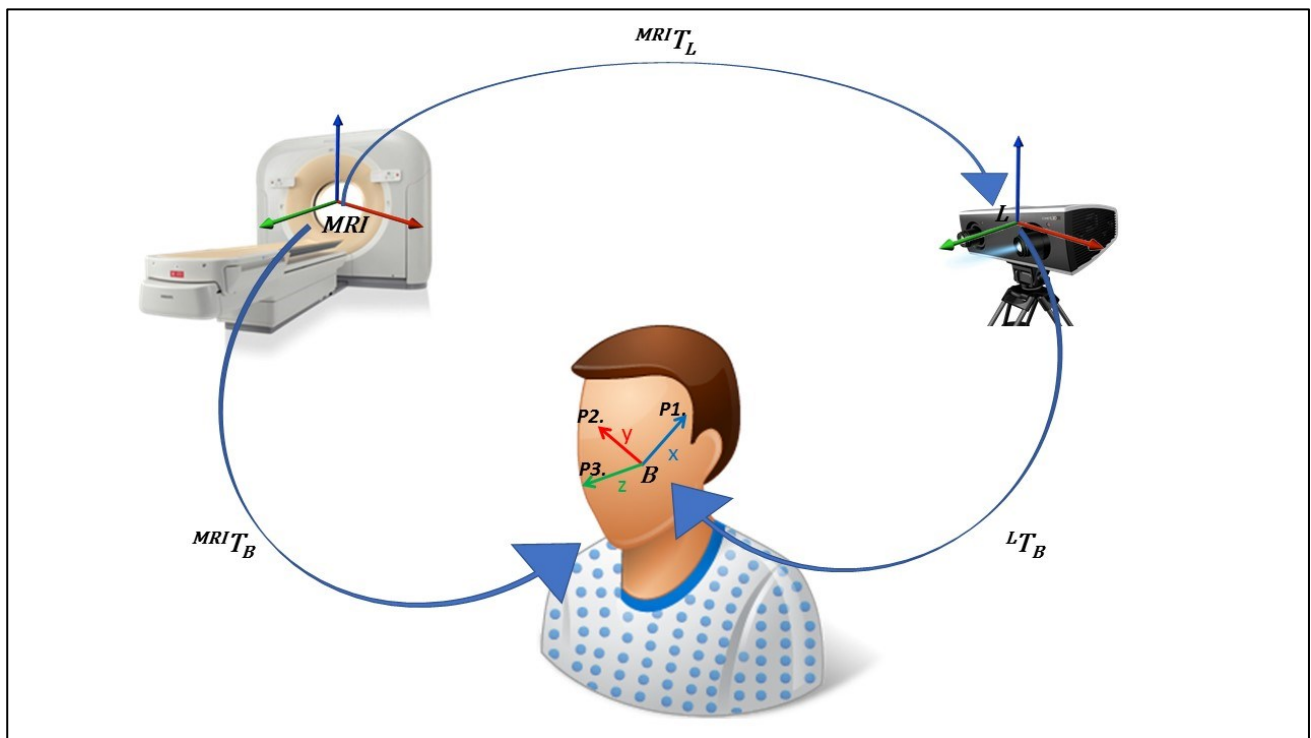


Figura 5: Esempio di applicazione

Vediamo adesso l'applicazione del metodo dei 3 punti corrispondenti applicato per finalità di registrazione e non di calibrazione.

È stata acquisita un'immagine volumetrica MRI nella quale sono state identificate le coordinate di tre punti fiduciali sul paziente. Le coordinate dei suddetti punti fiduciali sono state identificate nel sistema di riferimento dello scanner MRI e sono rispettivamente  $f_{mri1}$ ,  $f_{mri2}$ ,  $f_{mri3}$ . Nella sala operatoria è presente un localizzatore. È disponibile anche un puntatore con sensore a 6 gdl la cui punta ha coordinate  $p_s$  nel sistema di riferimento S di detto sensore. Tramite il puntatore è possibile acquisire la posizione dei medesimi punti fiduciali  $f_{L1}$ ,  $f_{L2}$ ,  $f_{L3}$  nel sistema di riferimento del localizzatore L.

Determinare la matrice di trasformazione omogenea  ${}^L T_{MRI}$  che permette di portare i voxel acquisiti nel sistema di riferimento dello scanner MRI in quelli del sistema di riferimento del localizzatore L (affinché siano allineati con i rispettivi punti del paziente). Fissare l'origine dei sistemi di riferimento nel baricentro dei punti fiduciali (Fig.5).

Per poter determinare la matrice  ${}^L T_{MRI}$  basta determinare le matrici  ${}^L T_B$  e  ${}^{MRI} T_B$ . In questo caso specifico, i calcoli da effettuare si differenziano un poco rispetto a come appena trattato in quanto l'origine deve essere fissata nel baricentro (e non nel punto n° 2 come proposto precedentemente).

Prima di tutto calcoliamo il baricentro dei tre punti per poter fissare un sistema di riferimento sul paziente che coinciderà con quello dell'immagine MRI.

Rispetto al SdR L il baricentro è pari a:

$$B_l = \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^N (f l_i) = \frac{1}{3} * (f l_1 + f l_2 + f l_3);$$

Rispetto al SdR L il baricentro è pari a:

$$B_{mri} = \frac{1}{N} * \sum_{i=1}^N (fmri_i) = \frac{1}{3} * (fmri_1 + fmri_2 + fmri_3);$$

Calcolo i versori per le matrici di trasformazione:

$$\hat{x}_l = \frac{P_{1l} - B_l}{\|P_{1l} - B_l\|}; \quad \hat{z}_l = \frac{\hat{x}_l \times (P_{2l} - B_l)}{\|\hat{x}_l \times (P_{2l} - B_l)\|}; \quad \hat{y}_l = \hat{z}_l \times \hat{x}_l$$

Allo stesso modo determino i versori di del sistema MRI, con la sola differenza che il baricentro non sarà più  $B_l$  ma  $B_{MRI}$ :

$$\hat{x}_l = \frac{P_{1l} - B_{MRI}}{\|P_{1l} - B_{MRI}\|}; \quad \hat{z}_l = \frac{\hat{x}_l \times (P_{2l} - B_{MRI})}{\|\hat{x}_l \times (P_{2l} - B_{MRI})\|}; \quad \hat{y}_l = \hat{z}_l \times \hat{x}_l$$

Calcolo le matrici di trasformazione:

$${}^L T_B = \begin{bmatrix} \hat{x}_l & \hat{y}_l & \hat{z}_l & t_l \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

dove la traslazione  $t_l$  coincide con il baricentro  $B_l$  in quanto il SdR è centrato su  $B_l$ .

$${}^{MRI} T_B = \begin{bmatrix} \hat{x}_{mri} & \hat{y}_{mri} & \hat{z}_{mri} & t_{mri} \\ 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix};$$

dove la traslazione  $t_{mri}$  coincide con il baricentro  $B_{MRI}$  in quanto il SdR è centrato su  $B_{MRI}$ .

Determino infine la matrice  ${}^L T_{MRI}$ :  ${}^L T_{MRI} = {}^L T_B * ({}^{MRI} T_B)^{-1}$

### 3. Calibrazione con il metodo $Ax=xB$ (Hand-Eye Calibration)

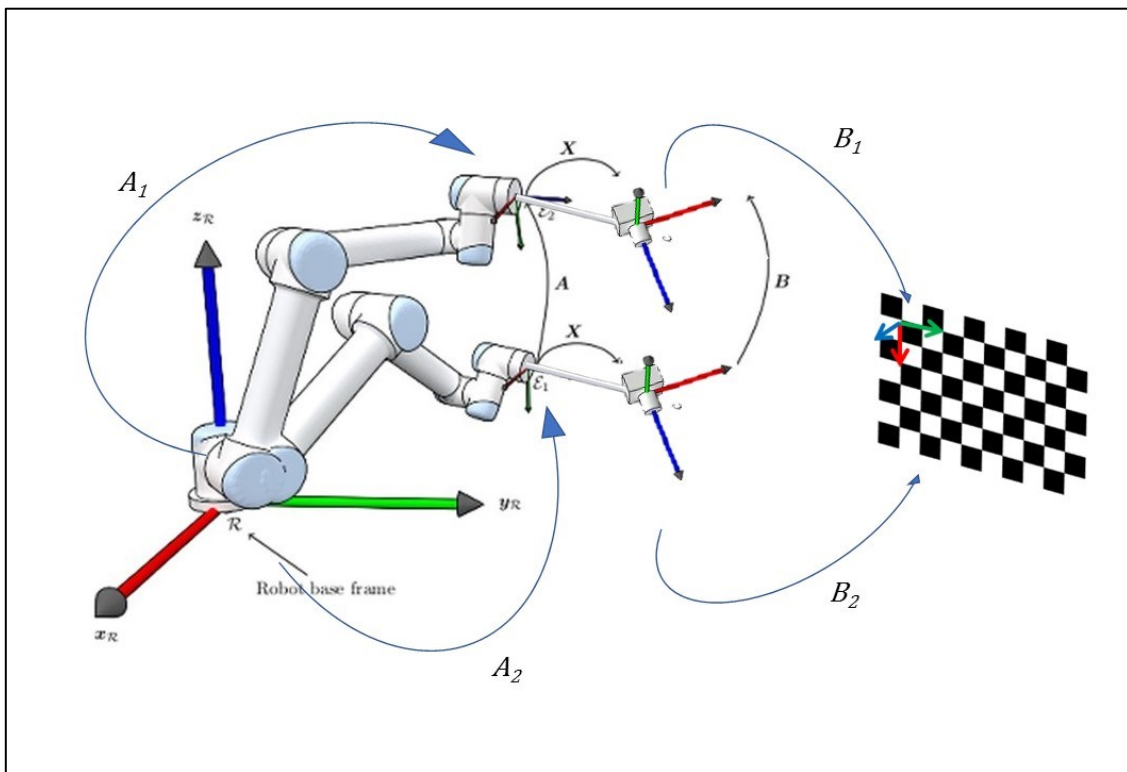


Figura 6: Modello Hand-Eye Calibration. ROBOT BASE identifica il telaio (SdR fisso) su cui è agganciata la base del braccio robotico.

Storicamente questa metodica di calibrazione nasce nell'ambito della robotica, nel caso di camera (eye) posizionata sull'end-effector (hand) di un robot. Generalmente il robot è progettato in modo tale da far muovere i propri link al fine di poter posizionare un SdR solidale all'end-effector rispetto al SdR della base del robot. Nella *fig.6* vediamo la camera sull'end-effector del braccio robotico che è in grado di riconoscere la posizione e l'orientamento di un oggetto (la scacchiera in figura). Abbiamo quindi una camera in grado di localizzare oggetti ed un robot in grado di muovere l'end-effector. E' molto utile (per varie finalità) poter riferire in modo preciso ed accurato le misure effettuate con la camera nel SdR del robot. Per far ciò è necessario conoscere la relazione tra il SdR dell'end-effector ed il SdR della camera, la trasformazione "x" nell'immagine 6.

La procedura di calibrazione prevede di muovere l'end-effector in più pose ed in queste acquisire le pose dell'end-effector  $A_i$  nel SdR del robot e le pose  $B_i$  nel SdR della camera.

Per ciascuna coppie di pose si imposta poi il sistema:

$$A^*X = X*B$$

È possibile dimostrare che bastano solamente 2 movimenti con diverso asse di rotazione per risolvere la suddetta equazione.

Lo spostamento dell'End-Effector dalla posa 1 alla posa 2 è dato da:

$$A = [A_2]^{-1} * A_1$$

Lo spostamento della fotocamera dalla posa 1 alla posa 2 è dato da:

$$B_t = B_2 * [B_1]^{-1}$$

Tenendo conto dei versi delle frecce in figura 6 posso arrivare alla forma  $A * X = X * B$ :

$$[A_2]^{-1} * A_1 * X = X * B_2 * [B_1]^{-1}$$

Che rappresenta la soluzione col minor numero possibile di acquisizioni, ovvero solamente 2 pose. È conseguenza naturale pensare che un numero elevato di acquisizioni porti ad una maggiore accuratezza. Calcolando  $x$  dall'ultima equazione si ha quindi la possibilità di calibrare lo strumento e di sapere con esattezza in che posizione si trovano End-Effector e la camera.

In letteratura esistono diversi metodi per risolvere l'equazione  $Ax=xB$ . I diversi approcci possono essere divisi in 3 gruppi:

1. *Soluzione in forma chiusa separata*: si decompone l'equazione in una rotazione e una traslazione e si procede risolvendo prima la rotazione e poi la traslazione;
2. *Soluzione in forma chiusa simultanea*: l'idea è quella di risolvere simultaneamente la traslazione e la rotazione utilizzando una rappresentazione "a vite" del problema. Il problema più famoso utilizza quaternioni (rappresentazioni minime di rotazioni) per la soluzione del problema;
3. *Soluzione in forma chiusa iterativa*: la trasformazione occhio-mano ed i parametri intrinseci della camera vengono stimati contemporaneamente in un processo di ottimizzazione iterativa globale.

Nel corso non vedremo i dettagli della soluzione del problema algebrico ma è importante conoscerne l'esistenza ed essere in grado di impostarlo. Di seguito sono mostrati 2 esempi in cui può essere applicato il metodo di calibrazione Hand-Eye appena descritto in sistemi di chirurgia assistita dal calcolatore.

### 3.1 Sistema di localizzazione Ottico + ElettroMagnetico (A)

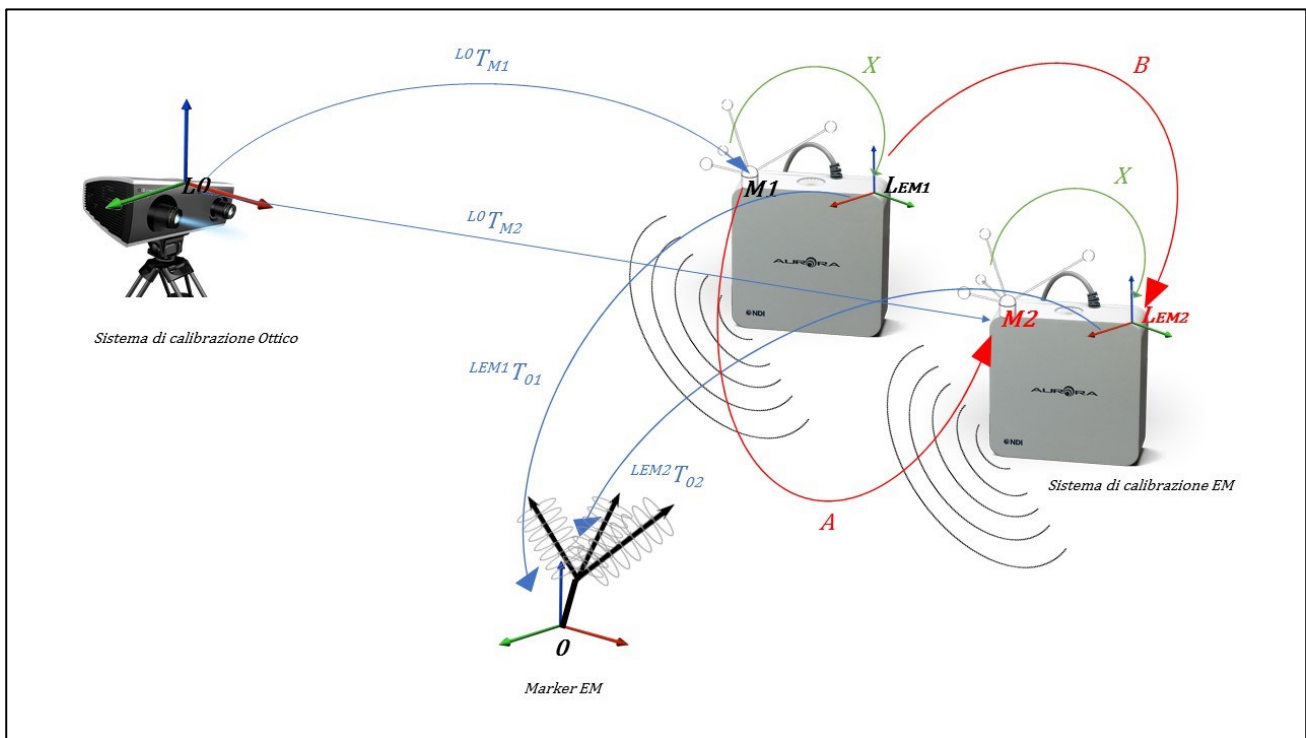


Figura 7: Sistema di calibrazione Ottico (a sx) ed Elettro Magnetico (a dx). In basso una spirale EM a 6 gdl

Consideriamo un caso pratico di applicazione della tecnica Hand-Eye Calibration nel caso in cui abbiamo:

- Un sistema di localizzazione ottico;
- Un sistema di localizzazione ElettroMagnetico (EM).

Il sistema di localizzazione in esame è anche detto sistema ibrido ed è utile nel caso in cui la procedura preveda di lavorare con superfici esposte e con oggetti deformabili che entrano all'interno del corpo del paziente. E' necessario che vi sia coerenza tra le informazioni acquisite dai due sistemi di localizzazione, e per farlo è necessario determinare la relazione che esiste tra i SdR dei due localizzatori.

Per esprimere l'informazione acquisita dal localizzatore EM anche rispetto a quello Ottico possiamo pensare di posizionare sul localizzatore EM dei marker Ottici e di determinare "x" la relazione tra il SdR messo solidale ai marker ottici con quello messo del localizzatore EM (interno e solidale al localizzatore stesso). Per far questo si può sfruttare un sensore EM a 6 gradi di libertà ed applicare la tecnica hand-eye spostando (almeno in due posizioni) il localizzatore EM. Rispetto all'esempio precedente, in cui era il braccio del robot che effettuava degli spostamenti arbitrari, adesso è il sistema di localizzazione EM che deve essere spostato mentre tutto il resto rimane fermo.

Considerando le due configurazioni 1 e 2 posso ricavare dai localizzatori ( $L^0T_{M1}$ ,  $LEM^1T_{O1}$ ) e ( $L^0T_{M2}$ ,  $LEM^2T_{O2}$ ).

Posso quindi calcolare:

$$A = ({}^{L0}T_{M1})^{-1} * {}^{L0}T_{M2}$$

e:

$$B = {}^{LEM1}T_{01} * ({}^{LEM2}T_{02})^{-1}$$

Che possiamo quindi scrivere nella forma  $Ax=xB$  e risolvere con uno dei metodi disponibili.

La stessa calibrazione posso ottenerle in altri modi come quello descritto nel paragrafo successivo.

### 3.2 Sistema di localizzazione Ottico + Elettro-Magnetico (B)

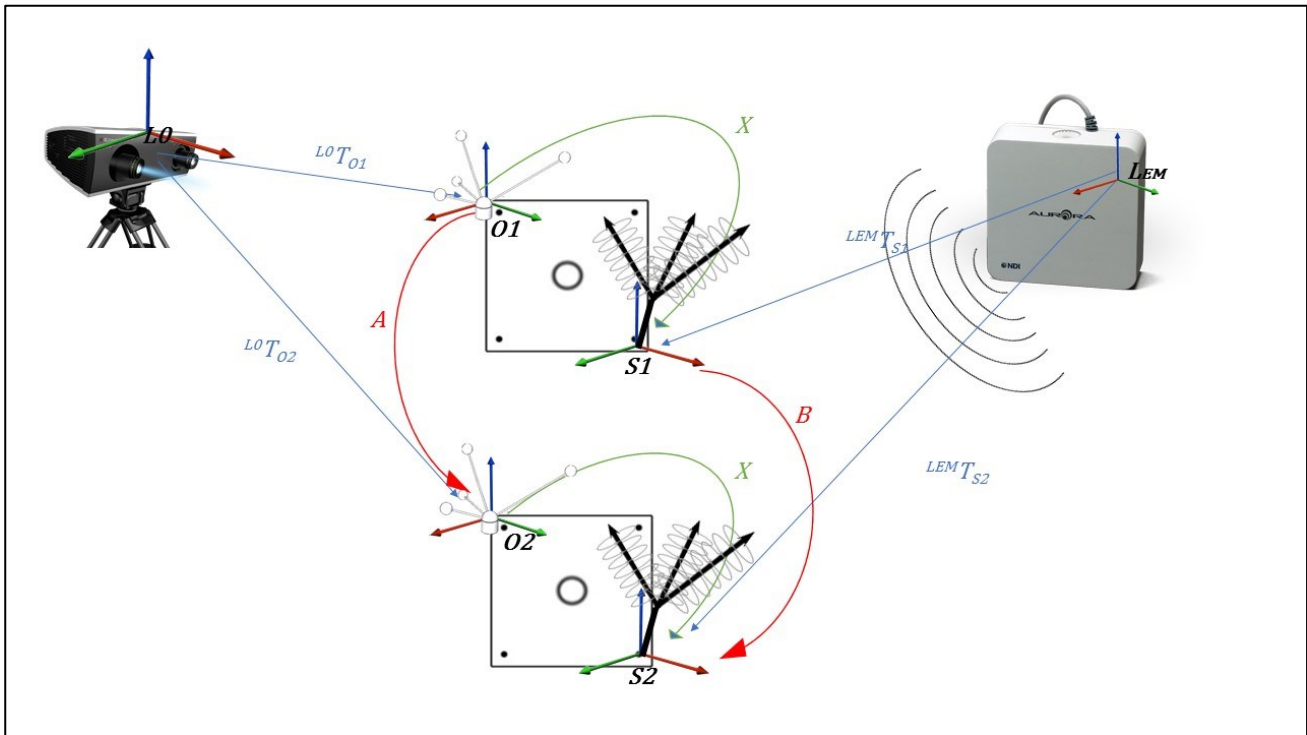


Figura 8: Sistema di calibrazione Ottico (a sx) ed Elettro-Magnetico (a dx). Oggetto con marker ottici ed EM (al centro) in due posizioni differenti

Consideriamo un altro caso pratico di applicazione della tecnica Hand-Eye Calibration nel caso in cui abbiamo, come prima:

- Un sistema di localizzazione ottico;
- Un sistema di localizzazione ElettroMagnetico (EM).

In questo caso, per riferire le misure acquisite con un localizzatore in modo coerente con quelle dell'altro, si fa ricorso ad un oggetto di calibrazione sul quale sono installati sia sensori ottici che elettromagnetici che permettono la localizzazione con i rispettivi localizzatori lungo tutti e 6 i gradi di libertà. Ricavando la trasformazione "X" tra i sistemi di riferimento definiti a partire da detti sensori, incognita a priori, è possibile chiudere la catena tra i sistemi di riferimento  $L_O$  e  $L_{EM}$ .

Per determinare la trasformazione "X" posso procedere posizionando l'oggetto in almeno due pose distinte. Lo spostamento dei marker ottici da una posizione 1 ad una posizione 2 è dato da:

$$A = (L^0T_{O1})^{-1} * L^0T_{O2}$$

mentre lo spostamento del sensore EM dalla medesima posizione 1 alla posizione 2 è dato da:

$$B = (LEM T_{S1})^{-1} * LEM T_{S2}$$

Impostando quindi l'algoritmo Hand-Eye Calibration otteniamo:

$$A * X = X * B$$

E la soluzione può essere determinata con uno dei vari metodi disponibili in letteratura.

Abbiamo quindi visto quali sono, a cosa servono e come devono essere effettuate le procedure di calibrazione, al fine di ottenere una corretta taratura degli strumenti di sala operatoria. In tutti i casi illustrati è necessario sottolineare come sia importante effettuare la calibrazione della strumentazione in condizioni di staticità dei sistemi di tracking in modo tale da non vanificare la procedura. Idealmente, la calibrazione andrebbe fatta ogni volta che il sensore viene riposizionato sulla sonda o sul dispositivo da calibrare. Nel momento in cui sono soddisfatte tutte le condizioni di accettazione della procedura di calibrazione scelta si può passare alla fase successiva, ovvero la registrazione, che per molti aspetti è simile alla calibrazione ma che si differenzia da quest'ultima per altri. Rimandiamo quindi alla sezione successiva lo studio della registrazione per avere chiari entrambi i concetti, in maniera tale da poter avere una completa visione dei problemi in gioco e quindi di saper scegliere la migliore procedura per risolverli.