

Calcolo Numerico - Corso B:

Laboratorio

Lezione 6

Luca Gemignani <luca.gemignani@unipi.it>

22 Marzo 2019

Esercizio 1. Sia $p(z) = z^n + p_{n-1}z^{n-1} + \dots + p_0 = \prod_{i=1}^n (z - \alpha_i)$ un polinomio di grado n con zeri $\alpha_1, \dots, \alpha_n$. Sia $F \in \mathbb{C}^{n \times n}$ definita da

$$F = \begin{bmatrix} -p_{n-1} & \cdots & \cdots & -p_0 \\ 1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & 1 & \end{bmatrix}.$$

1. Si mostri che $\mathbf{v}_i = [\alpha_i^{n-1}, \dots, 1]^T$, $1 \leq i \leq n$, è autovettore di F . Si determini gli autovalori di F .
2. Si determini sotto quale condizione F risulta invertibile.
3. In tal caso si determini il condizionamento di F in norma infinito.
4. Si implementi un metodo a costo lineare in termini di operazioni aritmetiche ed occupazione di memoria per la risoluzione del sistema lineare $F\mathbf{x} = \mathbf{b}$.
5. Si implementi un metodo basato sulla riduzione in forma triangolare per la risoluzione del sistema lineare $F\mathbf{x} = \mathbf{b}$.
6. Si valuti il costo computazionale e l'occupazione di memoria del secondo algoritmo.
7. Si confrontino gli algoritmi sperimentalmente.

I seguenti programmi risolvono il sistema $F\mathbf{x} = \mathbf{b}$ accettando in input il vettore $\mathbf{p} = [-p_{n-1}, \dots, p_0]$ che definisce la prima riga di F ed il vettore \mathbf{b} dei termini noti.

```
function [x] = solve_comp_1(p,b)
n=length(b);
x=zeros(n,1);
```

```

% for k=2:n
%   x(k-1)=b(k);
% end
x(1:n-1)=b(2:n);
% s=0;
% for k=1:n-1
%   s=s+p(k)*x(k);
% end
s=p(1:n-1)*x(1:n-1);
x(n)=(b(1)-s)/p(n);
end

function [x] = solve_comp_2(p,b)
n=length(b);
x=zeros(n,1);
t=zeros(n);
t(1,:)=p;
for j=1:n-1
    m=-1/t(j,j);
    t(j+1,j+1:n)=m*t(j,j+1:n);
    b(j+1)=b(j+1)+m*b(j);
end
x(n)=b(n)/t(n,n);
for k=n-1:-1:1
    s=0;
    for j=k+1:n
        s=s+t(k,j)*x(j);
    end
    x(k)=(b(k)-s)/t(k,k);
end
end

```

A titolo di esempio l'esecuzione dei programmi produce quanto segue

```

>> p=rand(1,16);
>> p(1)=1.0e-6;
>> for k=1:16; f(1,k)=p(k); end;
>> x=rand(16,1);
>> b=f*x;
>> x1=solve_comp_1(p,b);
>> norm(x1-x)/norm(x)

ans =

9.5843e-16

```

```
>> x2=solve_comp_2(p,b);  
>> norm(x2-x)/norm(x)  
  
ans =  
  
    9.0093e-11  
  
>>
```