CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2018/2019 – Correzione Prova Scritta 05/04/2019

NOME COGNOME MATRICOLA

Esercizio 1

1. Applicando il teorema di Gerschgorin per righe o colonne segue che A è invertibile per $s = 1$. Per $s > 1$ e $\alpha = \beta = 1$ la matrice A è singolare. Quindi il valore massimo è $s = 1$.
2. Essendol $A_k = I_k$ l'esistenza $\forall \alpha, \beta$ segue dal teorema di esistenza ed unicità.
3. Utilizzando la tecnica dimostrativa del teorema di esistenza ed unicità si ottiene
$$A = \left[\begin{array}{c|c} I_{n-1} & \mathbf{0} \\ \hline \alpha \boldsymbol{e}_1^T & 1 \end{array}\right] \left[\begin{array}{c|c} \alpha I_{n-1} & \boldsymbol{\beta e}_1 \\ \hline \mathbf{0}^T & 1-\alpha\beta \end{array}\right].$$
4. Si ha $\det(A) = \det(U) = (1 - \alpha\beta)$. Pertanto la matrice risulta singolare se $\alpha \neq 0$ e $\beta = 1/\alpha$.
5.
```
function [x] = ing_05042019(b, alpha, beta)
n=length(b);
x=zeros(n,1);
b(n)=b(n)-alpha*b(1);
x(n)=b(n)/(1-alpha*beta);
for k=n-1:-1:2
 x(k)=b(k);
end
x(1)=b(1)-beta*x(n);
end
```
   Per i dati in ingresso considerati si ottiene $err = 0$.

Esercizio 2

1. Si ha $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -a < 0$, $f'(x) = e^x(x+1)$, $f''(x) = e^x(x+2)$ e $f(0) = -a$ da cui si deduce che esiste un'unica soluzione reale $\xi(a) > 0$.
2. Per $x_0 \geq \xi(a)$ la convergenza segue dal teorema di convergenza in grande essendo $f(x) \in C^\infty(\mathbb{R})$ e $f(x), f'(x), f''(x) > 0$ per ogni $x > \xi(a)$. Per $x_0 \in [0, \xi(a))$ si ha $x_1 > \xi(a)$ e quindi la successione converge.
3.
```
function [x0]=ing_05042019nl(a,tol)
f=@(x)x*exp(x)-a;
f1=@(x)exp(x)*(x+1);
x0=0;
err=inf;
while(err>tol)
```

```
    xnew=x0-f(x0)/f1(x0);
    err=abs(xnew-x0)/abs(xnew);
    x0=xnew;
end
end
```

Si ottiene per $a = 0.5$ $\xi(a) = 3.517337112491958e{-}01$; per $a = 1$ $\xi(a) = 5.671432904097838e{-}01$ e per $a = 1.5$ $\xi(a) = 7.258613577662263e - 01$.

4. Generando 1000 punti equispaziati nell'intervallo $[0, 5]$ si ottiene il grafico seguente