

Calcolo Numerico - Corso B: Laboratorio Lezione 8

Luca Gemignani <luca.gemignani@unipi.it>

3 Maggio 2019

Esercizio 1. La matrice di Lotka e Leslie modella la dinamica di una popolazione di individui divisi in fasce di età con diversi indici di fertilità m_i e sopravvivenza s_i . La matrice di ordine $n + 1$ è definita da

$$A = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & \dots & \dots & m_{n+1} \\ s_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & s_1 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & s_n & 0 \end{bmatrix},$$

con

- 1. $0 < s_i \leq 1, 1 \leq i \leq n$;
 - 2. $0 \leq m_i \leq 1, 1 \leq i \leq n + 1$;
 - 3. $\gamma = \sum_{i=1}^{n+1} m_i > 0$;
 - 4. $\frac{s_i}{\gamma} \leq 1, 1 \leq i \leq n$.
1. Applicando i teoremi di localizzazione alla matrice $B = (1/\gamma)A$ dimostrare che gli autovalori di B hanno tutti modulo minore od uguale ad 1.
 2. Si mostri che A e quindi B è diagonalizzabile se e sole se ha $n + 1$ autovalori distinti.
 3. Scrivere una funzione MatLab che dati in input un vettore $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_n]^T \in \mathbb{R}^n$, un vettore $\mathbf{m} = [m_1, \dots, m_{n+1}]^T \in \mathbb{R}^{n+1}$, ed una tolleranza tol determina un'approssimazione dell'autovalore dominante e del corrispondente autovettore di A utilizzando il metodo delle potenze.

4. Per una popolazione di pesci i parametri del modello di Lotka e Leslie sono:

i	m_i	s_i
1	0	0.2
2	0.5	0.4
3	0.8	0.8
4	0.3	-

Determinare l'approssimazione dell'autovalore dominante di A .

Il seguente programma implementa il metodo delle potenze con quoziente di Rayleigh applicato alla matrice A .

```
function [x,lambda] = power_leslie(m,s,tol)
n1=length(m);
err=inf;
x=rand(n1,1);y=zeros(n1,1);
x=x/norm(x,2);
y(1)=m'*x;
y(2:n1)=s.*x(1:n1-1);
while(err>tol)
    x=y/norm(y,2);
    y(1)=m'*x;
    y(2:n1)=s.*x(1:n1-1);
    lambda=x'*y;
    err=norm(y-lambda*x);
end
end
```