

CALCOLO NUMERICO  
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica  
A.A. 2018/2019 – Correzione Appello 16/07/2019

---

NOME

COGNOME

MATRICOLA

---

**Esercizio 1**

1. Si ha  $f \in C^\infty(\mathbb{R})$ ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ,  $f'(x) = 1 + 0.5 \sin(x) > 0$   $\forall x \in \mathbb{R}$  e quindi  $\exists! \alpha \in \mathbb{R}$  con  $f(\alpha) = 0$ . Inoltre si verifica che  $\alpha \in [0, \pi/2]$ .
2. Si ha  $g \in C^\infty(\mathbb{R})$  e  $|g'(x)| = |0.5 \sin(x)| < 1 \forall x \in \mathbb{R}$ . Posso quindi applicare il teorema del punto fisso su un qualsiasi intervallo centrato in  $\alpha$  da cui deduco la convergenza  $\forall x_0 \in \mathbb{R}$ .
3. 

```
function [x,k] = es1_16072019(x0)
g=@(x)0.5*cos(x)+1;
err=inf;
k=0;
while (err>=1.0e-12)
    x=g(x0);
    err=abs(x-x0);
    k=k+1;
    x0=x;
end
end
```

Per  $x_0 = 0$  si ottiene  $k = 37$  e  $x = 1.187151438467073e + 00$ . Per  $x_0 = \pi/2$  si ottiene  $k = 37$  e  $x = 1.187151438466593e + 00$ .

**Esercizio 2**

1. La condizione è  $|\alpha + 1| > 2$  da cui  $\alpha > 1$  o  $\alpha < -3$ .
2. Dal teorema di Gerschgorin applicato alla matrice di iterazione  $J$  del metodo di Jacobi segue che per gli autovalori  $\lambda$  di  $J$  vale  $|\lambda| \leq 2/|\alpha + 1|$ . Inoltre  $\lambda = 2/(\alpha + 1)$  è autovalore di  $J$  con corrispondente autovettore  $e = [1, \dots, 1]^T$ . Pertanto  $\rho(J) = 2/|\alpha + 1|$  e quindi il metodo è convergente se e solo se  $|\alpha + 1| > 2$ .
3. 

```
function [xnew,it] = es2_16072019(b,alpha,itmax)
n=length(b);
it=0;
xold=zeros(n,1);
xnew=zeros(n,1);
err=inf;
alpha=alpha+1;
while(err>1.0e-6 && it<=itmax)
xnew(1)=(b(1)+xold(2)+xold(n))/alpha;
for k=2:n-1
```

```
        xnew(k)=(b(k)+xold(k-1)+xold(k+1))/alpha;
    end
    xnew(n)=(b(n)+xold(1)+xold(n-1))/alpha;
    err=norm(xnew-xold, inf);
    it=it+1;
    xold=xnew;
end
end
```

Per  $itmax = 100$ ,  $\alpha = 2$  e  $\mathbf{b} = \mathbf{ones}(100, 1)$  si ottiene  $it = 33$ .