

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2018/2019 – Prova Scritta 13/09/2019

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1 Si consideri l'equazione $f(x) = 0$ con $f(x) = x^2 + \sqrt{x} - 1$.

1. Si dimostri che l'equazione $f(x) = 0$ ammette una sola soluzione α con $\alpha \in (1/2, 1)$.
2. Si mostri che il metodo iterativo $x_{k+1} = g(x_k) = \sqrt{1 - \sqrt{x_k}}$, $k \geq 0$, è localmente convergente in α .
3. Si mostri che il metodo delle tangenti applicato all'equazione $f(x) = 0$ genera successioni convergenti ad α per ogni punto iniziale $x_0 \geq \alpha$.
4. Si scrivano due funzioni MatLab che dato in input $x_0 \in \mathbb{R}$ calcolano rispettivamente la successione generata dal metodo $x_{k+1} = g(x_k)$ e la successione generata dal metodo delle tangenti applicato a $f(x) = 0$ arrestandosi quando $|x_{k+1} - x_k| < 10^{-12}$. Le funzioni devono restituire in uscita la coppia (x_k, k) . Si riportino i valori ottenuti a partire dal punto iniziale $x_0 = 0.6$.

Esercizio 2 Sia $A_n = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ la matrice definita da $a_{i,j} = (1/4)^{|i-j|}$, $1 \leq i, j \leq n$.

1. Si mostri che A_n è predominante diagonale.
2. Si descriva una procedura per il calcolo del prodotto matrice vettore $B_n \mathbf{x} = \mathbf{y}$ con $B = \text{triu}(A_n, 1)$ con costo lineare.
3. Si scriva un programma MatLab che dato in input $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ calcola la successione generata dal metodo di Jacobi con vettore iniziale nullo applicato per la risoluzione del sistema lineare $A_n \mathbf{x} = \mathbf{b}$ arrestandosi quando $\| \mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1} \|_\infty \leq 1.0e - 12$ e restituendo in uscita la coppia (\mathbf{x}_k, k) . Per $n \in \{64, 1024\}$ e $\mathbf{b} = \text{ones}(n, 1)$ riportare i valori di k restituiti dal programma.