

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2018/2019 – Correzione Appello 04/11/2019

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Esercizio 1

1. Si ha $A_n = \text{tridiag}(h/6 - 1/h, 2/h + 2h/3, h/6 - 1/h, n)$. Per la predominanza diagonale si osserva che

$$2|h/6 - 1/h| \leq h/3 + 2/h < 2h/3 + 2/h.$$

2. A_n è simmetrica con autovalori reali. Dal teorema di Gerschgorin segue che

$$h/3 \leq 2/h + 2h/3 - 2|h/6 - 1/h| \leq \lambda_i \leq 2/h + 2h/3 + 2|h/6 - 1/h| \leq 4/h + h.$$

Gli autovalori sono dunque positivi. Detto λ_M e λ_m l'autovalore più grande e più piccolo rispettivamente si ha $\sqrt{\rho(A^T A)} = \sqrt{\rho(A^2)} = \lambda_M$ e $\sqrt{\rho(A^{-1T} A^{-1})} = \sqrt{\rho(A^{-2})} = \lambda_m$ da cui

$$\mathcal{K}(A_n)_2 = \frac{\lambda_M}{\lambda_m} \leq 3(4/h + h)/h.$$

3. `function [x,it] = ing_04_11_19_linear(b, h,tol)`

```
n=length(b);
d= 2/h +2*h/3;
c=h/6-1/h;
e=c;
x0=zeros(n,1); x=x0;
err=inf; it=0;
while err>tol
    x(1)=(b(1)-e*x(2))/d;
    for k=2:n-1
        x(k)=(b(k)-c*x(k-1)-e*x(k+1))/d;
    end
    x(n)=(b(n)-c*x(n-1))/d;
    err=norm(x-x0, inf);
    it=it+1;
    x0=x;
end
end
```

Si ottiene $k = 2067$ per $n = 64$ e $k = 2542$ per $n = 1024$.

Esercizio 2

1. La convergenza per $x_0 > a^{1/3}$ segue dal teorema di convergenza in grande. Per $0 < x_0 < a$ si ha $x_1 \geq a^{1/3}$.

2. La convergenza per $0 < x_0 < a^{1/3}$ segue dal teorema di convergenza in grande. Per $x_0 > a^{1/3}$ si ha $x_1 = 0$ se e solo se $x_0 = b = (4a)^{1/3}$.

```
function [x,it] = ing_04_11_19_nonlinear_1(x0, a)
f=@(x)x^3-a;
f1=@(x)3*x^2;
err=inf; it=0;
while(err>=1.0e-12 & it<=100)
    x=x0-f(x0)/f1(x0);
    err=abs(x-x0);
    it=it+1;
    x0=x;
end
end
```

3. function [x,it] = ing_04_11_19_nonlinear_2(x0, a)

```
g=@(x)a/x^3-1
g1=@(x)-3*a/x^4;
err=inf; it=0;
while(err>=1.0e-12 & it<=100)
    x=x0-g(x0)/g1(x0);
    err=abs(x-x0);
    it=it+1;
    x0=x;
end
end
```

Le funzioni restituiscono $[1, 8]$ e $[-Inf, 10]$ rispettivamente.