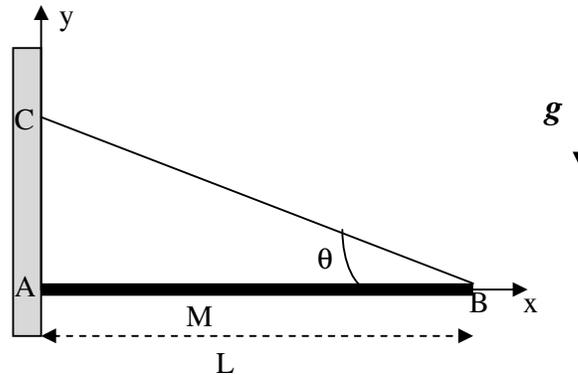


Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE 30/01/2020

Esercizio 1 - Un'asta di massa $M = 2 \text{ kg}$ e lunghezza $L = 0.5 \text{ m}$ è incernierata ad una parete verticale e libera di ruotare senza attrito attorno all'asse della cerniera passante per A . Inizialmente l'asta è disposta orizzontalmente e l'altro estremo B dell'asta è collegato ad una fune inestensibile e di massa trascurabile attaccata alla parete nel punto C . La fune forma un angolo $\theta = 30^\circ$ con l'asta.



1.1 - Trovare la tensione della fune e le componenti x ed y della reazione esercitata dalla cerniera in A . (6 punti)

Ad un dato istante, un corpo di massa M e dimensioni trascurabili viene attaccato all'asta nel punto B e, in conseguenza del peso eccessivo, la fune si rompe.

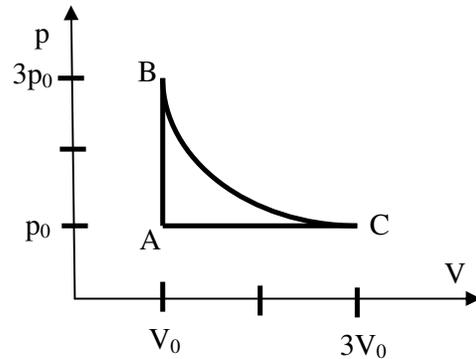
1.2 - Si trovi la velocità angolare raggiunta dall'asta nell'istante immediatamente precedente all'urto con la parete. (6 punti)

Ad un certo istante l'asta urta la parete e vi rimane attaccata.

1.3 - Si dica, motivando le risposte se nel processo di urto con la parete si conserva qualcuna di queste grandezze relative al sistema asta + corpo: energia meccanica, quantità di moto, momento della quantità di moto rispetto all'asse della cerniera passante per A . (3 punti)

1.4 - Si trovino le componenti x ed y dell'impulso I della forza totale impulsiva esercitata dalla parete, dalla cerniera e dal corpo di massa M sull'asta durante l'urto. (5 punti)

Esercizio 2 – Una mole di gas monoatomico compie il ciclo $ABCA$ mostrato in figura dove p_0 è un valore incognito e $V_0 = 0.5 \times 10^{-3} \text{ m}^3$ e dove la curva BC è un'isoterma. Si sa che il calore assorbito dal gas in un ciclo è pari a $Q = 26 \text{ J}$



2.1 – Si trovi il valore della pressione p_0 e si dica se il sistema opera fra due soli termostati o fra più termostati. (5 punti)

2.2- Si calcolino i calori assorbiti dal gas nei singoli tratti AB , BC e CA e si dica se i calori sono realmente assorbiti o ceduti dal gas. Si dica, inoltre, quale è la variazione di entropia e quella di energia interna nel ciclo. (5 punti)

(per la costante dei gas si usi il valore $R = 8.316 \text{ J/K mole}$)

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1-

- 1.1-** Siccome l'asta sta in equilibrio deve essere nulla la forza totale agente su essa e il momento delle forze rispetto ad A . Indicando con R_x e R_y le componenti x ed y della forza di reazione esercitata dalla cerniera in A e con T la tensione esercitata dalla fune, l'annullamento della forza totale fornisce le equazioni

$$R_x - T \cos \theta = 0, \quad (1)$$

$$R_y + T \sin \theta - M g = 0, \quad (2)$$

mentre, l'annullamento del momento delle forze rispetto ad A fornisce l'equazione (si assume come verso positivo del momento delle forze quello uscente dal piano):

$$- M g L/2 + T L \sin \theta = 0. \quad (3)$$

Dalla (3) si deduce immediatamente

$$T = M g / (2 \sin \theta) = 19.6 \text{ N}, \quad (4)$$

che, sostituito nella (1) e nella (2) fornisce:

$$R_x = M g / (2 \tan \theta) = 17.0 \text{ N} \quad \text{e} \quad R_y = M g / 2 = 9.8 \text{ N}. \quad (5)$$

- 1.2-** Nell'intervallo temporale successivo alla rottura della fune e precedente all'urto con la parete, si conserva l'energia meccanica del sistema asta + corpo poiché il lavoro fatto dalle forze non conservative è nullo. Assumendo nulla l'energia potenziale gravitazionale nella posizione iniziale, l'energia iniziale è

$$E_i = 0. \quad (6)$$

Il centro di massa del sistema asta + corpo si trova a distanza $d = 3 L/4$ da A e, quindi, subito prima dell'urto si trova nella posizione $x = 0$ e $y = - d = - 3 L/4$. Di conseguenza, l'energia meccanica del sistema immediatamente prima dell'urto è:

$$E_f = I \omega^2 / 2 - 2 M g d = 2 M L^2 \omega^2 / 3 + 3 M g L/2, \quad (7)$$

dove, al posto del momento di inerzia del sistema rispetto ad A abbiamo sostituito la sua espressione

$$I = M L^2 / 3 + M L^2 = 4 M L^2 / 3 \quad (8)$$

Imponendo la conservazione dell'energia ($E_f = E_i = 0$) si trova

$$\omega = 3 (g/L)^{1/2} / 2 = 6.64 \text{ rad/s} \quad (9)$$

- 1.3-** L'urto è totalmente anelastico e, quindi, non si conserva l'energia meccanica. D'altra parte durante l'urto sia la cerniera che la parete esercitano forze impulsive e, quindi, non si conserva né la quantità di moto né il momento della quantità di moto rispetto ad A .

- 1.4-** L'impulso della forza totale agente sull'asta è pari alla variazione della quantità di moto dell'asta durante l'urto. La quantità di moto dell'asta è data dal prodotto della sua massa M

per la velocità del centro di massa dell'asta. Prima dell'urto il centro di massa dell'asta ruota su una traiettoria circolare di raggio $L/2$ e, immediatamente prima dell'urto, la velocità del centro di massa è diretta lungo l'asse x nel verso positivo ed ha modulo $\omega L/2$. Conseguentemente, le componenti x ed y della quantità di moto all'istante immediatamente prima dell'urto sono date da:

$$p_{xi} = - M \omega L/2 \quad \text{e} \quad p_{yi} = 0. \quad (10)$$

Subito dopo l'urto l'asta è ferma e le componenti della sua quantità di moto sono:

$$p_{xf} = 0 \quad \text{e} \quad p_{yf} = 0. \quad (11)$$

L'impulso della forza è pari alla variazione di quantità di moto e, quindi:

$$I_x = M \omega L/2 = 3.32 \text{ N x s} \quad \text{e} \quad I_y = 0.$$

Soluzione Esercizio 2

2.1- Nel ciclo la variazione di energia interna è nulla e, quindi, il calore totale assorbito Q coincide con il lavoro totale L . Poiché il lavoro è positivo, il sistema opera come motore. Il lavoro L è la somma dei lavori nei singoli tratti che sono pari a:

$$L_{AB} = 0, \quad (1)$$

$$L_{BC} = n R T_B \ln(V_C/V_B) = 3 p_0 V_0 \ln 3, \quad (2)$$

$$\text{e} \quad L_{CA} = - 2 p_0 V_0. \quad (3)$$

Dunque, il calore totale assorbito dal gas è

$$Q = L_{AB} + L_{BC} + L_{CA} = p_0 V_0 (3 \ln 3 - 2). \quad (4)$$

Dalla (4) si ricava il valore incognito di p_0 che è:

$$p_0 = Q/[V_0 (3 \ln 3 - 2)] = 4.01 \times 10^4 \text{ Pa}. \quad (5)$$

Il ciclo è rappresentato da una curva continua, quindi il sistema opera in modo REVERSIBILE. Per operare in modo reversibile, nei tratti AB e AC il gas deve essere messo in contatto con termostati con temperature comprese da un minimo valore in A ad un massimo in B e C . Conseguentemente non sono sufficienti due termostati per compiere il ciclo.

$$\mathbf{2.2 -} \quad Q_{AB} = U(B) - U(A) = (3/2) (p_B V_B - p_A V_A) = 3 p_0 V_0 = 60.2 \text{ J}, \quad (6)$$

$$Q_{BC} = L_{BC} = 3 p_0 V_0 \ln 3 = 66.1 \text{ J}, \quad (7)$$

$$Q_{CA} = L_{CA} + U(A) - U(C) = - 5 p_0 V_0 = - 100.3 \text{ J}. \quad (8)$$

I calori Q_{AB} e Q_{BC} sono positivi e, quindi, realmente assorbiti mentre Q_{CA} è negativo e, quindi, ceduto. Si controlla facilmente che la somma dei calori in equazioni (6), (7) e (8) coincide con il calore totale Q dato.

Nel ciclo la variazione di entropia è $\Delta S = S(A) - S(A) = 0$ e allo stesso modo, la variazione di energia interna è nulla come deve essere per qualunque funzione di stato poiché in un ciclo lo stato di partenza e quello di arrivo sono sempre coincidenti.