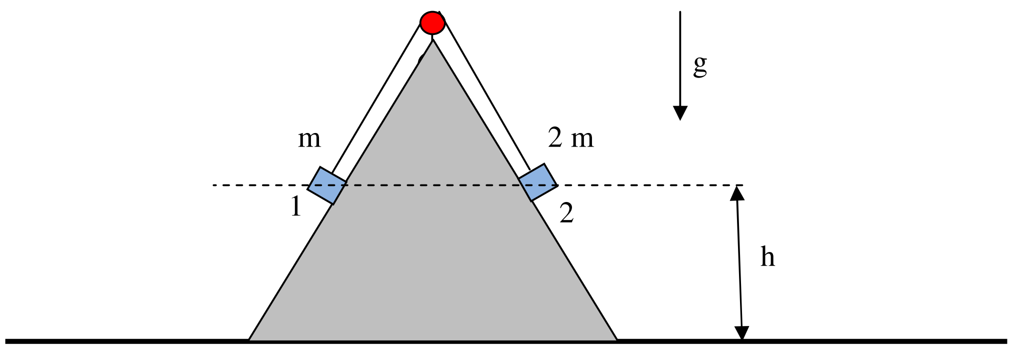
Compito di Fisica Generale di Ingegneria CIVILE-AMBIENTALE- EDILE, 10/1/ 2020

Esercizio 1 – Due corpi (1 e 2) hanno dimensioni trascurabili e masse, rispettivamente m = 2 kg e 2 m. I corpi sono appoggiati su un profilo a sezione triangolare equilatera e si trovano inizialmente fermi ad altezza h = 2 m dal piano orizzontale (vedi figura). La superficie inclinata a sinistra è perfettamente liscia mentre quella a destra è ruvida con coefficienti di attrito statico e dinamico uguali e pari a μ = 0.5. I due corpi sono collegati fra loro da una fune inestensibile e di massa trascurabile appoggiata su una carrucola di massa trascurabile che può ruotare liberamente senza attrito

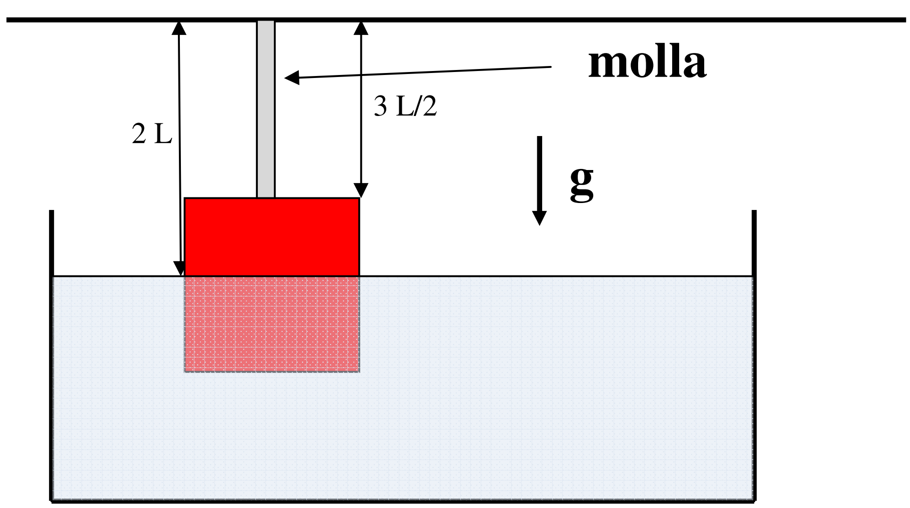


1.1 – Si dica per quali valori del coefficiente di attrito statico i due corpi restano fermi. (5 punti)

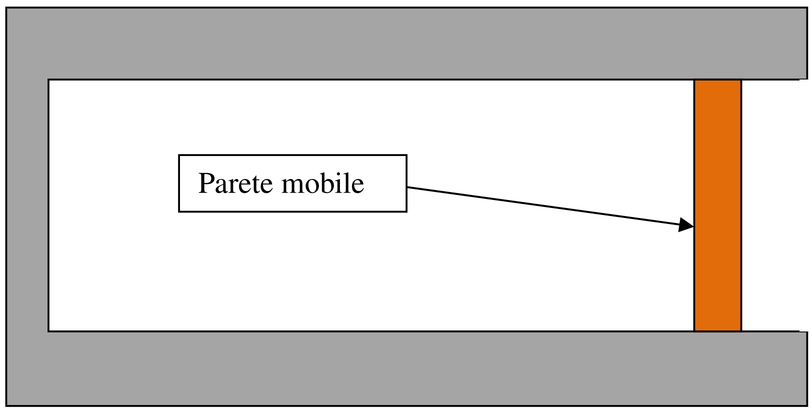
1.2 – Dopo aver verificato che i corpi non possono restare fermi si calcoli la tensione della fune durante il moto dei corpi. (5 punti)

1.3 – Si calcolino le velocità raggiunte dai corpi quando uno di loro incontra la superficie orizzontale. (5 punti)

Esercizio 2 – Un corpo omogeneo cubico ha lato L = 10 cm e la sua superficie superiore è collegata ad una estremità di una molla di costante elastica K = 100 N/m e lunghezza a riposo L. L'altra estremità della molla è attaccata al soffitto. Il corpo è parzialmente immerso in una bacinella contenente acqua. Sapendo che la superficie dell'acqua si trova a distanza 2L dal soffitto e che il corpo in condizioni di equilibrio ha la superficie superiore a distanza 3L/2 dal soffitto, si trovi la densità ρ del corpo. Si dica, inoltre, se il corpo galleggia in caso di rottura della molla.(5 punti)



Esercizio 3 – Una mole di gas perfetto biatomico è contenuta in un contenitore cilindrico di sezione S = 100 cm^2 con pareti che non conducono termicamente. Il cilindro è chiuso da due pareti non conduttrici di cui una è fissa mentre l'altra può scivolare liberamente lungo la direzione assiale. La temperatura iniziale del gas è T_0 = 300 K e la distanza iniziale fra le pareti è L = 20 cm. Successivamente, la parete mobile viene avvicinata molto lentamente a quella fissa fino a raggiungere una posizione finale a distanza L/2 dalla parete fissa. (per la costante R si utilizzi il valore R = 8.316 J/(mole K)).



3.1 – Si calcoli la temperatura massima raggiunta dal gas durante l'intero processo (7 punti).

3.2- Si calcoli la forza che deve essere applicata sulla parete mobile per mantenerla ferma quando il sistema raggiunge la posizione finale. (3 punti).

ATTENZIONE: LE RISPOSTE DEVONO ESSERE GIUSTIFICATE INDICANDO I PASSAGGI LOGICI ESSENZIALI UTILIZZATI PER ARRIVARE AL RISULTATO FINALE. RISPOSTE SENZA ALCUNA GIUSTIFICAZIONE, ANCHE SE CORRETTE, NON SARANNO PRESE IN CONSIDERAZIONE.

Soluzione Esercizio 1 - 1.1- I due corpi restano fermi se la forza di attrito statico agente sul corpo di massa 2 m è minore in modulo della massima forza di attrito statico pari a μR. Se assumiamo che i corpi restano fermi e indichiamo con F_s la forza di attrito statico agente sul corpo 2 e con T la tensione della fune, le equazioni di Newton per i due corpi sono:

$$T - mg \sin\theta = 0, \qquad (1)$$
$$2mg \sin\theta - T - F_s = 0, \qquad (2)$$

dove $\theta = 60°$ è l'angolo del triangolo equilatero, T la tensione della fune e F_s la forza di attrito statico. Sommando membro a membro le 2 equazioni si ottiene la forza di attrito statico

$$F_s = mg \sin\theta. \qquad (3)$$

La forza di attrito statico, però, non può superare in modulo il valore massimo $F_{max} = \mu R = \mu\, 2mg \cos\theta$. Imponendo la condizione $|F_s| \leq F_{max}$, si trova dopo semplici passaggi che tale condizione è verificata solo se

$$\mu \geq (\tan\theta)/2 = 0.866. \qquad (4)$$

Poiché nel nostro problema $\mu = 0.5$, la condizione (4) non è verificata e, quindi, i corpi non possono restare fermi.

1.2- I corpi scivolano sul cuneo e, in particolare il corpo più peso scende mentre l'altro sale. Poiché la corda è inestensibile le accelerazioni dei due corpi hanno lo stesso modulo a. Sul corpo di massa $2m$ agisce la forza di attrito dinamico diretta in verso opposto al suo moto e pari in modulo a $\mu\, 2mg \cos\theta$. Dunque, le equazioni del moto per i due corpi diventano

$$T - mg \sin\theta = m\, a, \qquad (5)$$
$$2mg \sin\theta - T - \mu\, 2mg \cos\theta = 2\, m\, a, \qquad (6)$$

Sommando membro a membro le equazioni (5) e (6) si trova

$$mg \sin\theta - \mu\, 2mg \cos\theta = 3\, m\, a \qquad \Rightarrow \qquad a = (g \sin\theta - 2\, \mu\, g \cos\theta)/3 = 1.2 \text{ Nm/s}^2 \qquad (7)$$

che,sostituito nella (5) fornisce $\qquad T = 2\, m\, g\, (2 \sin\theta - \mu \cos\theta)/3.$

1.3- Per rispondere alla domanda utilizziamo la legge che stabilisce che il lavoro delle forze non conservative è uguale alla variazione di energia meccanica. Le forze di reazione non compiono lavoro perché sono perpendicolari allo spostamento dei corpi, mentre la forza di attrito dinamico compie il lavoro

$$L = -\, 2\, \mu\, m\, g\, h\, /\tan\theta = -\, 11.32 \text{ J}. \qquad (8)$$

Assumendo come zero dell'energia potenziale la posizione del piano orizzontale, l'energia meccanica iniziale è:

$$E_i = 3\, m\, g\, h\, . \qquad (9)$$

Al momento dell'urto del corpo 2 con il piano orizzontale, i due corpi viaggiano con la stessa velocità v (fune inestensibile) e il corpo 1 si è sollevato ad altezza 2 h da terra e, quindi, l'energia meccanica finale è

$$E_f = 3\, m\, v^2/2 \ + 2\, m\, g\, h\ . \tag{10}$$

Imponendo la condizione $L = E_f - E_i$ si trova $L = 3\, m\, v^2/2\ - m\, g\ \ h$ da cui, dopo semplici passaggi si ottiene

$$v = [2(L/m + g\, h)/3]^{1/2} = 2.36 \text{ m/s}. \tag{11}$$

Soluzione Es. 2 – Sul corpo agiscono la forza peso, la forza di Archimede e la forza elastica. Poiché il corpo è in equilibrio, la forza risultante deve essere nulla, cioè

$$\rho\, L^3\, g - \rho_a\, L^3\, g\, /2 - K\, L/2 = 0, \tag{1}$$

dove ρ_a indica la densità dell'acqua (ρ_a = 1000 kg/m^3). Dalla (1) si trova la densità ρ del corpo che è pari a:

$$\rho = \ \rho a/2 + K/(2\, L^2\, g) = 1010 \text{ kg/m}^3. \tag{2}$$

Poiché la densità del corpo è superiore a quella dell'acqua (1000 kg/m^3), il corpo affonda quando la molla si rompe.

Soluzione Es. 3 - 3.1 – Poiché le pareti sono tutte non conduttrici termiche, la trasformazione del gas è adiabatica reversibile. Poiché la compressione avviene in modo molto lento e, quindi, reversibile, la temperatura T ad ogni istante deve soddisfare l'equazione dell'adiabatica reversibile

$$V/V_i = (T_i/T)^{\gamma/2}, \tag{1}$$

dove γ= 5 è il numero di gradi di libertà di un gas biatomico e $T_i = T_0$ è la temperatura iniziale del gas. Dalla (1) si trova il valore della temperatura T in funzione del volume V occupato dal gas:

$$T \ = T_0\, (V_i/V)^{2/\gamma} \qquad \rightarrow \qquad T \ = T_0\, (V_i/V)^{2/5}. \tag{2}$$

Dalla (2) si deduce che la temperatura del gas aumenta al diminuire del volume e, quindi, la temperatura massima viene raggiunta quando il volume raggiunge il minimo valore che è quello finale pari a $V = S\, L/2$. Sostituendo tale valore nella (2) si trova:

$$T_{max} = T_0(2)^{2/5} = 396 \text{ K}. \tag{3}$$

3.2 – La pressione del gas alla fine è $p = R\, T_{max}/(S\, L/2)$ e, quindi, la forza da applicare sulla parete mobile è

$$F = p\, S = 2\, RT_{max}/L = 3.29\ \ 10^4\ \text{ N} \tag{4}$$