CALCOLO NUMERICO

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

A.A. 2019/2020 – Correzione Appello 18/02/2020

NOME	COGNOME	MATRICOLA

Esercizio 1

1. La matrice A è reale simmetrica e quindi gli autovalori sono reali e A è diagonalizzabile. Dal teorema di Gerschgorin segue che $0 < \alpha - 2 \leq \lambda_i \leq \alpha + 2$ e quindi gli autovalori sono positivi. Essendo rango$(A - \lambda_i I) = n - 1$ segue che $\sigma_i = \tau_i = 1$, $1 \leq i \leq n$, e quindi gli autovalori sono distinti.

2. Si ha $\| A \|_2 = \lambda_{max}$ e $\| A^{-1} \|_2 = 1/\lambda_{min}$ e quindi $\mathcal{K}_2(A) = \lambda_{max}/\lambda_{min} \leq (\alpha + 2)/(\alpha - 2)$.

3.
```
function [app, it] = ing_18_02_2020_linear(n, tol, alpha)
x=ones(n,1);
app=inf;  err=inf;
z=zeros(n,1); it=0;
while(err>tol)
    z(1)=alpha*x(1) +x(2);
    for k=2:n-1
        z(k)=alpha*x(k) +x(k-1)+x(k+1);
    end
    z(n)=alpha*x(n) +x(n-1);
    appnew=z(1)/x(1);
    x=z/norm(z, inf);
    err=abs(app-appnew);
    app=appnew;
    it=it+1;
end
```

   Per $n = 100$, $tol = 1.0e-8$ e $\alpha = 3$ si ottiene $app = 4.999026114069534e+00$.

Esercizio 2

1. Si ha $f \in C^2(\mathbb{R}^-)$, $f'(x) = 1 + e^x/(2\sqrt{1-e^x})$ e $f''(x) = e^x/(2\sqrt{1-e^x}) + e^{2x}/(4\sqrt{(1-e^x)^3}$. Segue che $f(x)$ è monotona crescente con $f(0) = 1$ e $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$ e quindi dal teorema di esistenza degli zeri $\exists! \alpha < 0$ con $f(\alpha) = 0$.

2. Dal teorema di convergenza in grande si ottiene la convergenza per punti iniziali $x_0 \in [\alpha, 0)$. Per punti $a < b < \alpha$ e $g(x) = x - f(x)/f'(x)$ si verifica che $g(b) < g(a)$ e $\lim_{x\to-\infty} g(x) = 0$ e quindi $x_1 \in [\alpha, 0)$ per ogni $x_0 < \alpha$.

```
function [x0,it] = ing_18_02_2020_nolinear(x0, tol)
f=@(x) x+1 -sqrt(1-exp(x));
f1=@(x)1+exp(x)/(2*sqrt(1-exp(x)));
err=inf;
```

```
it=0;
while(err>tol)
    x=x0-f(x0)/f1(x0);
    err=abs(x-x0)/abs(x);
    it=it+1;
    x0=x;
end
end
```

Per $x_0 = -0.1$ so ottiene $it = 5$ e $x0 = -4.164029623927053e - 01$. Per $x_0 = -100$ si ottiene $it = 2$ e $x0 = 0$. In questo caso numericamente si ottiene $x_1 = 0$ e $f'(x_1) = inf$ che determina $err = NaN$.