Lezione 16/03

$$f(x) = \frac{x-1}{x} = 1 - \frac{1}{x} \qquad (x \neq 0)$$

- condizionamento del problema
- analisi della stabilità degli algoritmi

(A) CONDIZIONAMENTO DI UNA FUNZIONE

$$\epsilon_m = \frac{f'(x)}{f(x)}\, x \cdot \epsilon_x \qquad |\epsilon_x| \le u \qquad C_x = \frac{f'(x)}{f(x)}\, x$$

$$C_x = \frac{\frac{1}{\cancel{x^2}}}{\frac{x-1}{x}} \cdot x = \frac{1}{\cancel{x^2}} \cdot \frac{\cancel{x}}{x-1} \cdot \cancel{x} = \frac{1}{x-1}$$

$$|C_x| = \frac{1}{|x-1|} \Rightarrow$$ il problema è mal condizionato per $x \simeq 1$

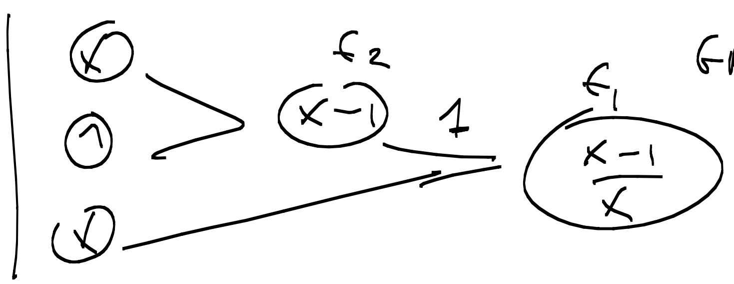
STABILITÀ (ALGORITMO)

↓

GRAFO ASSOCIATO

$|\epsilon_1| \le u \quad |\epsilon_2| \le u$

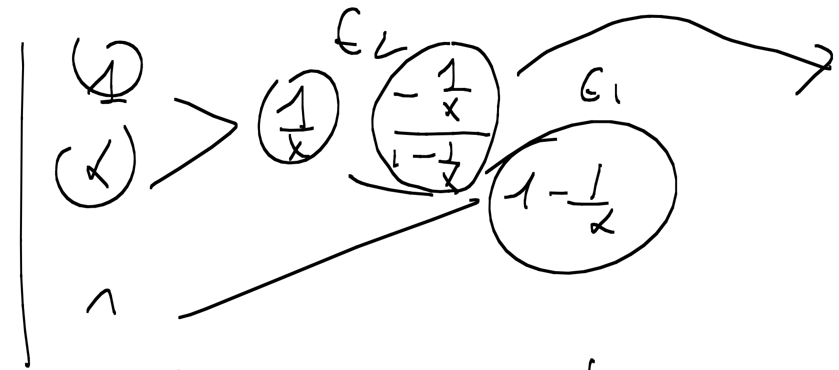
ALG 1



$$|\epsilon_{alg_1}| = |\epsilon_1 + \epsilon_2| \le |\epsilon_1| + |\epsilon_2| \le 2u$$

ALGORITMO NUMERICAMENTE STABILE

ALG 2



$$\frac{-\frac{1}{x}}{\frac{x-1}{x}} = -\frac{1}{x}\cdot\frac{x}{x-1} = \frac{1}{1-x}$$

$$|\epsilon_{alg_2}| = \left|\epsilon_1 + \frac{1}{1-x}\epsilon_2\right| \le u + \frac{1}{|x-1|}u$$

ALGORITMO 2 È NUMERICAMENTE INSTABILE PER $x \simeq 1$

ALGORITMO 1 È PREFERIBILE

$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ cond $= \frac{f'(x)}{f(x)}\, x \cdot \epsilon_x$