

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2019/2020 – Correzione Appello 09/06/2020

Il parametro p denota il numero di matricola dello studente. Vale $p > 1$.

Esercizio 1

1. Si ha $f(x) \in C^\infty(\mathbb{R}), \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty, f(0) = 0, f'(x) = 1 - \frac{e^{x/p}}{p} \geq 0 \iff x \leq \beta > 0$ e $f''(x) = -\frac{e^{x/p}}{p^2} < 0 \forall x \in \mathbb{R}$. Inoltre $f'(p^2) < 0$ e quindi $p^2 > \beta$ e $\exists! \alpha > \beta$ con $f(\alpha) = 0$.
2. Se $x_0 \geq \alpha$ la successione converge per il teorema di convergenza in largo. Se $\beta < x_0 \leq \alpha$ allora $x_1 \geq \alpha$ e quindi la successione converge per il punto precedente. Pertanto $x_0 = p^2 > \beta$ implica la convergenza della successione.

```
3. function [x,it] = ing_09_06_20_nolinear_1(tol, p)
   f=@(x)x+1-exp(x/p);
   f1=@(x)1-exp(x/p)/p;
   err=inf; it=0; x0=p^2;
   while(err>=tol)
       x=x0-f(x0)/f1(x0);
       err=abs(x-x0);
       it=it+1;
       x0=x;
   end
end
```

Esercizio 2

1. La matrice A é predominante diagonale (per righe) se $p > |\alpha| + 1$ da cui $1 - p < \alpha < p - 1$.
2. La matrice di iterazione del metodo di Gauss-Seidel é triangolare superiore con le prime $n - 1$ colonne nulle mentre l'ultima colonna ha elemento α/p^2 in posizione n . Segue che $\rho(G) = |\alpha|/p^2$ da cui il metodo converge se e solo se $-p^2 < \alpha < p^2$.
3. La matrice di iterazione del metodo di Jacobi ha colonne nulle in posizione $2, \dots, n - 1$. Sviluppando con la regola di Laplace secondo queste colonne si ottiene $\det(\lambda I - J) = \lambda^{n-2}(\lambda^2 - \alpha/p^2)$ da cui $\rho(J) = \sqrt{|\alpha|/p^2}$. Pertanto il metodo converge se e solo se $-p^2 < \alpha < p^2$.