

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2019/2020 – Prova Scritta 30/06/2020

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Esercizio 1 Sia $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ matrice tridiagonale simmetrica definita da

$$A = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 4 & 1 & & & \\ 1 & \ddots & \ddots & & \\ & \ddots & \ddots & 1 & \\ & & & 1 & 4 \end{bmatrix}.$$

1. Si mostri che $\mathcal{K}_2(A) = \|A\|_2 \|A^{-1}\|_2 \leq 3$.
2. Si mostri che il metodo di Jacobi applicato ad A è convergente. Si determini un numero di passi k del metodo sufficienti a garantire

$$\|e^{(k)}\|_2 \leq 2^{-48} \|e^{(0)}\|_2.$$

3. Si valuti il costo computazionale di un'iterazione del metodo di Jacobi applicato ad A .

Esercizio 2 Si consideri l'equazione

$$f(x) = 10x - (1 - x)^5 = 0$$

1. Si determini il numero di soluzioni reali dell'equazione.
2. Si dica se la successione generata dal metodo iterativo $x_{k+1} = \frac{(1 - x_k)^5}{10}$, $k \geq 0$, con $x_0 = 0$ converge ad una radice dell'equazione.
3. Si dica se la successione generata dal metodo delle tangenti con $x_0 = 0$ converge ad una radice dell'equazione.