CALCOLO NUMERICO

Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica

A.A. 2019/2020 – Correzione Appello 21/07/2020

NOME COGNOME MATRICOLA

Esercizio 1

1. Si ha $f \in C^{\infty}((0, \pi/2))$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$, $\lim_{x\to(\pi/2)^-} f(x) = +\infty$, $f'(x) = 1+\tan^2 x + 1/x^2 > 0$ $\forall x \in ((0, \pi/2)$, e $f''(x) = 2\tan x(1 + \tan^2 x) - 2/x^3$. Segue che $f(x)$ è monotona crescente e quindi dal teorema di esistenza degli zeri $\exists! \alpha$ con $f(\alpha) = 0$ e $\alpha \in (0, \pi/2)$. A destra di α si ha $\tan x > 1/x$ e quindi $f''(x) \geq (2/x)(1 + 1/x^2) - 2/x^3 \geq 2/x \geq 0$
2. Essendo $f(1) > 0$ la convergenza della successione ad α segue dal teorema di convergenza in grande.
3. Si ha $|g'(\alpha)| = 1/\sin^2 \alpha > 1$ e quindi il metodo non risulta localmente convergente.

Esercizio 2

1. Risolvendo $|1 - \alpha| > (n - 1)|\alpha|$ si ottiene $1/(2 - n) < \alpha < 1/n$.
2. La matrice $P = N$ ha rango 1. La somma per righe vale $n\alpha$ e dunque $P\boldsymbol{e} = n\alpha\boldsymbol{e}$. Segue che $\rho(P) = n|\alpha|$ ed il metodo è convergente se e solo se $-1/n < \alpha < 1/n$. Per valori di α in $(-1/(n - 2), -1/n)$ si ha pertanto che la matrice è predominante diagonale ma il metodo non è convergente.
3. Il metodo $\boldsymbol{x}_{k+1} = \alpha\boldsymbol{e}(\boldsymbol{e}^T\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{b}$, $k \geq 0$, richiede $O(n)$ operazioni per iterazione.