

Nome

Matricola

ALGEBRA LINEARE

Secondo appello 28 Gennaio 2021

Esercizio 1. Nello spazio delle matrici $M(n, n, \mathbb{C})$ si considerino i seguenti sottoinsiemi:

$$S_1 = \{A \in M(n, n, \mathbb{C}) : \text{tutte le colonne sono uguali}\}$$

$$S_2 = \{A \in M(n, n, \mathbb{C}) : \text{due colonne sono uguali}\}$$

$$S_3 = \{A \in M(n, n, \mathbb{C}) : \text{le ultime due colonne sono uguali}\}$$

a) Determinare, motivando le risposte, quali dei sottoinsiemi sono sottospazi vettoriali e quali no.

b) Per ciascun sottospazio calcolare la sua dimensione.

Esercizio 2. Sia $P \in \mathbb{R}^3$ il punto di coordinate $(1, 1, 1)$. Determinare il simmetrico di P rispetto alla retta r di equazioni

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ 3x - 2z = 0 \end{cases}$$

Esercizio 3. Dimostrare che due matrici 2×2 a coefficienti complessi sono simili se e solo se hanno lo stesso polinomio minimo.

Suggerimento: pensare prima al caso in cui le due matrici hanno solo l'autovalore 0.

È vero anche per matrici a coefficienti reali? Si può usare che se due matrici reali sono simili sui complessi sono simili anche sui reali.