

# Calcolo Numerico - Corso B: Laboratorio Lezione 9

Luca Gemignani <luca.gemignani@unipi.it>

Simulazione di Prova

*Esercizio 1.* Sia  $A \in \mathbb{R}^{n \times n} = (a_{i,j})$ ,  $n \geq 2$ , definita da

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{se } i \geq j; \\ \alpha & \text{se } i = j - 1, 2 \leq j \leq n; \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Per  $n = 4$  si ottiene

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \alpha & 0 & 0 \\ 1 & 1 & \alpha & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \alpha \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}.$$

1. Si determini per quali valori del parametro  $\alpha$  la matrice risulta predominante diagonale. Si determini inoltre per quali valori del parametro  $\alpha$  il metodo di Gauss-Seidel è applicabile per la risoluzione di un sistema lineare con matrice dei coefficienti  $A$ .
2. Si determini la matrice di iterazione del metodo di Gauss-Seidel applicato ad  $A$ . Si mostri che il metodo è convergente se e solo se  $|\alpha| < 1$ .
3. Scrivere una funzione Matlab che dati in input  $\mathbf{b}, \mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$  e  $n \in \mathbb{N}$  esegue un'iterazione del metodo di Gauss-Seidel applicato ad  $A$  con punto iniziale  $\mathbf{x}_0$  restituendo in uscita  $\mathbf{x}_1$ . Se ne valuti il costo computazionale.