CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2020/2021 – Correzione Appello 15/02/2021

NOME COGNOME MATRICOLA

Esercizio 1

1. Si ha $f(x) \in C^\infty(\mathbb{R}^+)$, $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$, $f'(x) = 1/x + e^{-x} > 0$ e $f''(x) = -1/x^2 - e^{-x} < 0$ $\forall x \in \mathbb{R}^+$. Segue che $\exists! \alpha \in \mathbb{R}^+$ con $f(\alpha) = 0$. Inoltre poichè $f(1/k) = -e^{-1/k} < 0$ e $f(e/k) = 1 - e^{-e/k} > 0$ si ha $\alpha \in [1/k, e/k]$.

2. Per $x_0 \in [1/k, \alpha)$ la convergenza segue dal teorema di convergenza in largo. Per $x_0 \in (\alpha, e/k]$ si ha $x_1 < \alpha$ ed inoltre essendo $x_1 = g(e/k) = e/k - \frac{1-e^{-e/k}}{k/e+e^{-e/k}} = \frac{(e/k+1)e^{-e/k}}{k/e+e^{-e/k}} > 0$ segue che $0 < x_1 \le \alpha$ da cui si deduce la convergenza per il teorema di convergenza in largo.

3.
```
function[x,it]=ing_07_06_2021(x0, k, tol)
f=@(x)log( k*x) -exp(-x);
f1=@(x) 1/x + exp(-x) ;
it=0; err=inf;
while(err>=tol)
    x=x0-f(x0)/f1(x0);
    err=abs(x-x0);
    x0=x;
    it=it+1;
end
```

Esercizio 2

1. A è predominante diagonale e quindi invertibile. Infatti

$$|1 - p_{ii}| = 1 - p_{ii} > \sum_{j=1, j\neq i}^{n} |-p_{ij}| = \sum_{j=1, j\neq i}^{n} p_{i,j}, \quad 1 \le i \le n.$$

2. La matrice di iterazione è $M^{-1}N = P$. Si ha $\| P \|_\infty < 1$ e quindi per la condizione sufficiente il metodo è convergente.

3. L'iterazione è $\boldsymbol{x}^{(k+1)} = P\boldsymbol{x}^{(k)} + \boldsymbol{b}$, $k \ge 0$. Il prodotto matrice vettore richiede $O(nnz(P))$ operazioni aritmetiche. Il costo complessivo di un'iterazione è pertanto $O(\max\{n, nnz(P)\})$ operazioni aritmetiche.