

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2020/2021 – Prova Scritta 07/06/2021

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Esercizio 1 Si consideri l'equazione

$$f(x) = \log(kx) - e^{-x} = 0, \quad k > 0.$$

1. Si mostri che l'equazione ammette una ed una sola soluzione reale α con $\alpha \in [1/k, e/k]$.
2. Si mostri che il metodo delle tangenti applicato per la risoluzione dell'equazione genera successioni convergenti ad α per ogni punto iniziale $x_0 \in [1/k, e/k]$.
3. Scrivere una funzione Matlab che dati in input x_0, k, tol calcola la successione generata dal metodo delle tangenti applicato per la risoluzione dell'equazione $f(x) = 0$ con punto iniziale x_0 arrestandosi quando $|x_\ell - x_{\ell-1}| < tol$ e restituendo in uscita x_ℓ e ℓ .

Esercizio 2 Sia $A = I_n - P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \geq 2$, $P = (p_{ij})$ tale che

- $p_{ij} \geq 0$, $1 \leq i, j \leq n$;
- $\sum_{j=1}^n p_{i,j} < 1$, $i = 1, \dots, n$.

1. Si mostri che A è invertibile.
2. Si mostri che il metodo iterativo determinato da $A = M - N$ con $M = I_n$ e $N = P$ è convergente.
3. Posto $nnz(P)$ il numero di elementi non nulli di P si determini in funzione di $nnz(P)$ e n il costo computazionale di un'iterazione del metodo iterativo di cui sopra.