CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2020/2021 – Prova Scritta 28/06/2021

NOME COGNOME MATRICOLA

Esercizio 1 Sia $A = (a_{i,j}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n \geq 2$, definita come

$$a_{i,j} = \begin{cases} \alpha \text{ se } i = j; \\ -\beta \text{ se } i = j-1 \text{ o } i = n, j = 1; \\ 0 \text{ altrimenti.} \end{cases}$$

Per $n = 4$ si ottiene

$$A = \begin{bmatrix} \alpha & -\beta & 0 & 0 \\ 0 & \alpha & -\beta & 0 \\ 0 & 0 & \alpha & -\beta \\ -\beta & 0 & 0 & \alpha \end{bmatrix}.$$

1. Determinare i valori di α e β per cui A risulta predominante diagonale.
2. Per $\alpha \neq 0$ mostrare che il metodo di Jacobi applicato ad A è convergente se e solo se A è predominante diagonale.
3. Per A predominante diagonale, determinare il numero di iterazioni k del metodo di Jacobi sufficienti a garantire $\| \boldsymbol{e}^{(k)} \|_\infty / \| \boldsymbol{e}^{(0)} \|_\infty \leq 2^{-48}$.

Esercizio 2 Si consideri l'equazione

$$f(x) = x^2 + \log(x) = 0$$

1. Si determini il numero di soluzioni reali dell'equazione.
2. Si dica motivando la risposta se il metodo delle tangenti applicato per la risoluzione dell'equazione con punto iniziale $x_0 = 0.5$ genera una successione convergente.
3. Scrivere una funzione Matlab che dati in input `tol` genera la successione generata dal metodo delle tangenti a partire da $x_0 = 0.5$ applicato per la risoluzione dell'equazione arrestandosi quando $|x_k - x_{k-1}| \leq$ `tol` e restituendo in uscita la coppia (x_k, k).