# Fisica Generale per Ingegneria Chimica e Gestionale.

**Problema 1**: Un sasso viene lasciato cadere giú da una rupe di altezza $h$. Sapendo che il sasso impiega un secondo per percorrere l'ultimo terzo della traiettoria, si dica quanto vale $h$.

- **Soluzione** Poiché il sasso non é soggetto ad altre forze se non a quella di gravitá e la velocitá iniziale é nulla il moto sará rettilineo. Scegliamo quindi un riferimento con asse $y$ parallelo a $g$, diretto verso il basso e con origine ad altezza $h$. A questo punto si puó procedere nel modo seguente: supponiamo che il sasso venga lasciato cadere all'istante $t = 0$ e chiamiamo $t'$ l'istante in cui il sasso si trova ad $h/3$ da terra. Il moto prima di $t'$ é descritto dalle equazioni $y(t) = \frac{1}{2}gt^2$ e $v(t) = gt$ quindi, quando il sasso sará ad ad $h/3$ dal suolo, avremo che

$$\begin{aligned} y(t') &= \frac{2h}{3} = \frac{1}{2}gt'^2 \\ v(t') &= gt'. \end{aligned} \tag{1}$$

Viceversa, per la seconda parte del moto, chiamato $t_t$ l'istante in cui il sasso tocca terra si ha che

$$y(t_t) - y(t') = h/3 = v(t')(t_t - t') + \frac{1}{2}g(t_t - t')^2 \tag{2}$$

Poiché sappiamo che $(t_t - t') = 1$ s, possiamo risolvere l'ultima equazione se conosciamo $v(t')$. D'altra parte quest'ultima quantitá puó essere ricavata dal sistema precendente; infatti, possiamo sfruttare la seconda delle 1 pur di scrivere $t'$ in funzione di $v(t')$ e, sostituendo nella prima, si ottiene

$$\frac{2h}{3} = \frac{v(t')^2}{2g} \tag{3}$$

ovvero $v(t') = \sqrt{4hg/3}$. Tale quantitá, che dipende da $h$, puó essere sostituita nella 2,

$$h/3 = \sqrt{4hg/3}(t_t - t') + \frac{1}{2}g(t_t - t')^2 \tag{4}$$

da cui si ottiene un'equazione di secondo grado per $h$ che risolta, scegliendo la radice giusta, fornisce il valore $h = 145.5$ m.

**Problema 2**: Un calciatore si trova sulla sommitá di una roccia a forma di semisfera di raggio R con la base appoggiata al terreno e parallela allo stesso. Ad un certo istante il calciatore colpisce la palla che acquista una velocitá $v$ parallela al suolo. Si dica qual'é il valore minimo di $v$ per il quale la palla non tocca piú la roccia dopo essere stata colpita e, supposto che la velocitá sia quella minima, a quale distanza dal centro della roccia tocca terra.

- **Soluzione** Prendiamo un sistema di riferimento con un asse parallelo al suolo e diretto verso destra, l'altro ortogonale al precedente e diretto verso l'alto e con l'origine al centro della semisfera. Si consideri l'accelerazione della palla subito dopo che é stata colpita: poiché essa é soggetta solamente alla forza di gravitá essa avrá una accelerazione $-g$ perpendicolare al suolo. Si consideri ora una ipotetica palla che si trova nello stesso punto e che sia in moto circolare uniforme seguendo il profilo della roccia: essa avrá una accelerazione centripeta di modulo $v^2/R$ diretta verso il centro della semicirconferenza. Per non staccarsi dalla roccia subito dopo il lancio quindi é necessario che l'accelerazione di gravitá sia maggiore o uguale alla accelerazione richiesta per il moto circolare uniforme, ovvero, all'inverso, la palla si staccherá se

$$\frac{v^2}{R} > g \tag{5}$$

e quindi la velocitá minima sará data da

$$|v_{min}| = \sqrt{gR}. \tag{6}$$

Per sapere a che distanza dal centro della roccia arriva la palla si puó ragionare nel modo seguente: poiché il moto lungo l'asse $y$ é di tipo uniformemente accelerato la palla toccherá terra all'istante $t_t$ definito dall'equazione

$$R = \frac{1}{2} g t_t^2 \tag{7}$$

ovvero $t_t = \sqrt{2R/g}$. Viceversa lungo l'asse $x$ il moto é rettilineo uniforme e quindi nel tempo $t_t$ la palla percorrerá una distanza $d = v_{min} t_t$, ovvero

$$d = \sqrt{gR} \cdot \sqrt{2R/g} = \sqrt{2}R. \tag{8}$$