

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2014/2015 – Appello 12/06/2015

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Esercizio 1 Sia $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $n > 1$, la matrice

$$A = \begin{bmatrix} I_{n-1} & \mathbf{v} \\ \mathbf{v}^T & 1 \end{bmatrix},$$

con I_{n-1} matrice identità di ordine $n - 1$ e $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{n-1}$.

1. Posto $A = M - N$ come nel metodo iterativo di Gauss-Seidel si mostri che

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} I_{n-1} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{v}^T & 1 \end{bmatrix}.$$

2. Si determini la matrice G di iterazione del metodo di Gauss-Seidel e si mostri che il metodo applicato ad A converge se e solo se risulta soddisfatta la condizione $\|\mathbf{v}\|_2 < 1$.
3. Si dica se tale condizione implica la predominanza diagonale di A .
4. Scrivere una funzione Matlab[®] che dato in input $tol \in \mathbb{R}$, $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{n-1}$ e $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ implementa il metodo di Gauss-Seidel per la risoluzione di $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ arrestandosi quando $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\|_2 \leq tol$.
5. Per $tol = 1.0e - 12$, $\mathbf{v} = (1/n)\mathbf{ones}(n - 1, 1)$, $\mathbf{x}_0 = \mathbf{zeros}(n, 1)$, $\mathbf{b} = \mathbf{ones}(n, 1)$ e $n = 128, 256$, riportare il numero di iterazioni eseguite dall'algorithm.