

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2014/2015 – Appello 12/06/2015

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Esercizio 1 Sia $A(\lambda) \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, $n > 1$, la matrice

$$A(\lambda) = \begin{bmatrix} \lambda I_{n-1} & -\mathbf{v} \\ -\mathbf{v}^T & \lambda \end{bmatrix},$$

con I_{n-1} matrice identità di ordine $n - 1$ e $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{n-1}$.

1. Si mostri che, per $\lambda \neq 0$, $A(\lambda)$ ammette fattorizzazione LU.
2. Per $\lambda \neq 0$ si determini il fattore triangolare superiore U nella fattorizzazione LU di $A(\lambda)$.
3. Si determini $\det A(\lambda) = \det(\lambda I_n + A(0))$. Cosa possiamo concludere riguardo il raggio spettrale di $A(0)$?
4. Scrivere una funzione Matlab[®] che dato in input $tol \in \mathbb{R}$, $\mathbf{x}_0 \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{v} \in \mathbb{R}^{n-1}$ e $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^n$ implementa il metodo di Jacobi per la risoluzione di $A(1)\mathbf{x} = \mathbf{b}$ arrestandosi quando $\|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}\|_2 \leq tol$.
5. Per $tol = 1.0e - 12$, $\mathbf{v} = (1/n)\mathbf{ones}(n - 1, 1)$, $\mathbf{x}_0 = \mathbf{zeros}(n, 1)$, $\mathbf{b} = \mathbf{ones}(n, 1)$ e $n = 128, 256$, riportare il numero di iterazioni eseguite dall'algoritmo.