

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2014/2015 – Appello 07/09/2015

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Esercizio 1 Sia $p(z) = \prod_{i=1}^n (z - \lambda_i) = \sum_{i=0}^{n-1} a_i z^i + z^n$, $\lambda_i \neq \lambda_j$ se $i \neq j$, un polinomio monico di grado n con zeri distinti e sia $C \in \mathbb{C}^{n \times n}$,

$$C = \begin{bmatrix} 0 & & & -a_0 \\ 1 & \ddots & & -a_1 \\ & \ddots & 0 & \vdots \\ & & 1 & -a_{n-1} \end{bmatrix},$$

la matrice “companion” associata a $p(z)$.

1. Si mostri che per $1 \leq j \leq n$ si ha

$$[1, \lambda_j, \dots, \lambda_j^{n-1}] C = \lambda_j [1, \lambda_j, \dots, \lambda_j^{n-1}].$$

2. Si dimostri che C è diagonalizzabile.
3. Si dimostri che per gli zeri di $p(z)$ vale

$$\max_{1 \leq i \leq n} |\lambda_i| \leq \max\{|a_0|, 1 + |a_1|, \dots, 1 + |a_{n-1}|\}.$$

4. Scrivere una funzione Matlab[®] che dato in input che dati in input un vettore $\mathbf{a} = [a_0, \dots, a_{n-1}]^T \in \mathbb{R}^n$ ed un naturale $k > 0$, restituisce in output il vettore formato dalle n -esime componenti dei vettori generati in k passi del metodo delle potenze applicato alla matrice C a partire dal vettore $\mathbf{e} = [1, 0, \dots, 0]^T$.
5. Riportare le ultime 3 componenti del vettore generato dal programma con $\mathbf{a} = [-15, \dots, -1]^T$ e $k = 48$.
6. Utilizzando queste componenti determinare le approssimazioni dello zero di modulo massimo del polinomio

$$p(z) = z^{15} - \sum_{i=0}^{14} (15 - i) z^i.$$