Nota: per la caratterizzazione sequenziale di convergenza (capitolo sui "limiti di funzioni", criteri di convergenza iii) pagina 8) il criterio generale di scambio dei limiti (seconda proposizione pagina 6 capitolo "limiti iterati") segue direttamente dal criterio di scambio dei limiti per le successioni (prima proposizione ibidem). Infatti dati $f: A \times B \subseteq (X,d) \times_{p_1} (Z,D) \to (Y,\delta)$, (Y,δ) completo, x_0 e z_0 di accumulazione per A e per B se

1°) $f(x,z) \xrightarrow{\delta} \lambda(x)$ $z \xrightarrow{D} z_0$ UNIFORMEMENTE SU $A \setminus \{x_0\}$

2°) $f(x,z) \xrightarrow{\delta} \gamma(z)$ $x \xrightarrow{d} x_0$ PUNTUALMENTE IN $B \setminus \{z_0\}$

si consideri una qualsiasi $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ $z_n \xrightarrow{D} z_0$ $n \to \infty$, $\forall n$ $z_n \neq z_0$ si definisce $f_n(x) = f(x, z_n)$. Tale successione di funzioni ovviamente soddisfa le corrispondenti ipotesi del criterio per successioni quindi

$$\exists \lim_{x \to x_0} \lambda(x) = \lim_{x \xrightarrow{d} x_0} \lim_{n \to \infty} f(x, z_n) = \lim_{n \to \infty} \lim_{x \xrightarrow{d} x_0} f(x, z_n) = \lim_{n \to \infty} \gamma(z_n) =: L$$

pertanto $\forall (z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ $z_n \to z_0$, $z_n \neq z_0$ $\exists \lim_{n \to \infty} \gamma(z_n) = L$, per il criterio sequenziale di convergenza $\exists \lim_{z \xrightarrow{D} z_0} \gamma(z) = L$.

(Ciò derubrica la dimostrazione del criterio generale a pag 6 bis ad esercizio.)

Nota: in generale questo tipo di riduzione a successioni, per quanto riguarda le convergenze in spazi metrici, permette di enunciare, quando sia più comodo, le proprietà per le sole successioni.

Nota. come osservato a pagina 5 bis del capitolo limiti iterati, lo scambio dei limiti separati e l'esistenza del limite nel complesso delle variabili, si banalizza nel caso di funzioni uniformemente continue nel complesso delle variabili, a valori in spazi completi, grazie alla proprietà di estensione delle funzioni uniformemente continue alla chiusura del dominio (pagina 3 capitolo "completezza"). Talvolta per successioni di funzioni $f_n(x)$ è utile, a tal proposito, vederle come $f(x, z_n)$.