

CALCOLO NUMERICO
Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
A.A. 2015/2016 – Correzione 29/01/2016

NOME

COGNOME

MATRICOLA

Esercizio 1

1. Posto

$$f(y) = \frac{1}{y} - \frac{1}{1+y} = \frac{1}{y} - \frac{1}{1+y},$$

si ottiene per $1 \leq y \leq 5$

$$|f''(y)| = \left| \frac{2}{y^3} - \frac{2}{(y+1)^3} \right| \leq 2 + 0.25 \leq 3.$$

Dal teorema sull'errore di approssimazione segue dunque che

$$|\mathcal{I}(1) - \mathcal{I}_1^{(M)}| \leq \frac{4^3 \cdot 3}{12 M^2} \leq 10^{-4},$$

da cui $M \geq 400$.

2. Come sopra per x fissato, $1 \leq x \leq 5$, si considera

$$f_x(y) = \frac{1}{y} - \frac{1}{x+y} = \frac{1}{x} \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x+y} \right),$$

che soddisfa per

$$|f_x''(y)| = \frac{1}{x} \left| \frac{2}{y^3} - \frac{2}{(y+x)^3} \right| \leq 2 + 0.25 \leq 3.$$

3. `function [s]=ing29_01_16(x,m)`

```
f=@(y) (1/y)*(1/(x+y));
```

```
h=(5-1)/m;
```

```
for k=1:m+1
```

```
    y(k)=1+h*(k-1);
```

```
end
```

```
s=0;
```

```
s=f(y(1))/2;
```

```
for k=2:m
```

```
    s=s+f(y(k));
```

```
end
```

```
s=s+f(y(m+1))/2;
```

```
s=s*h;
```

4. Si ottiene $\epsilon^{(32)} = 9.5876e-04$, $\epsilon^{(64)} = 2.4004e-04$, $\epsilon^{(128)} = 6.0033e-05$ da cui $r_1 = 3.9941$ e $r_2 = 3.9985$. Il rapporto vale approssimativamente 4 in accordo alle stime sull'errore di approssimazione che decresce come $1/M^2$ per cui raddoppiando il numero di intervalli l'errore si riduce di un fattore $1/4$.