

CALCOLO NUMERICO
 Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
 A.A. 2014/2015 – Correzione 07/06/2016

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1

1. Esistenza ed unicità seguono dal teorema essendo $a_{1,1} = \mathbf{w}_1^T \mathbf{w}_1 = \|\mathbf{w}_1\|_2^2 > 0$. Si ottiene

$$\hat{L} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\mathbf{w}_2^T \mathbf{w}_1}{\mathbf{w}_1^T \mathbf{w}_1} & 1 \end{bmatrix}, \quad \hat{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^T \mathbf{w}_1 & \mathbf{w}_2^T \mathbf{w}_1 \\ 0 & \mathbf{w}_2^T \mathbf{w}_2 - \frac{(\mathbf{w}_2^T \mathbf{w}_1)^2}{\mathbf{w}_1^T \mathbf{w}_1} \end{bmatrix}.$$

2. Si ha

$$L \cdot U = \left[\begin{array}{c|c} I_n & W \\ \hline W^T & \hat{L} \end{array} \right] \cdot \left[\begin{array}{c|c} I_n & W \\ \hline - & -\hat{U} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c|c} I_n & W \\ \hline W^T & W^T W - \hat{L} \hat{U} \end{array} \right] = B.$$

L'unicità della fattorizzazione segue dal teorema essendo le sottomatrici principali di testa di ordine $1, \dots, n+1$ di B invertibili.

3.

```
function[x]=ing_07062016_bis(b, w1,w2)
n=length(w1);
n2=n+2;
n1=n+1;
u11=1;
u12=(w2'*w1)/(w1'*w1);
u22=1;
x(n2)=b(n2)/u22;
x(n1)=(b(n1)-u12*x(n2))/u11;
for k=n:-1:1
    x(k)=b(k)-w1(k)*x(n1)-w2(k)*x(n2);
end
```

4. $8n + O(1)$ operazioni aritmetiche

5. Si ottiene $\|\mathbf{x}^T L - \mathbf{b}^T\|_2 = 0$.