

ESERCIZI DI CALCOLO NUMERICO

Si consideri l'equazione

$$x = g(x), \quad g(x) = -\frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + 1.$$

1. Si determini il numero di soluzioni reali dell'equazione.
2. Per l'approssimazione delle soluzioni reali dell'equazione si introducono i seguenti metodi iterativi:

$$x_{k+1} = g(x_k),$$

e

$$x_{k+1} = f(x_k), \quad f(x) = \frac{2 + 3x^2 + 2x^3}{2 + 6x + 3x^2}.$$

3. Studiare la convergenza locale dei metodi iterativi.
4. Dire se la successione generata dal primo metodo con $x_0 = 0$ risulta convergente.
5. Utilizzare il metodo delle potenze inverse per approssimare la soluzione α di modulo minimo dell'equazione.
6. Si mostri che il secondo metodo iterativo genera successioni convergenti ad α per ogni $x_0 \geq \alpha$.