

CALCOLO NUMERICO
 Corso di Laurea in Ingegneria Biomedica
 A.A. 2012/2013 – Appello 26/04/2013

NOME	COGNOME	MATRICOLA
------	---------	-----------

Esercizio 1

La matrice di Lotka e Leslie modella la dinamica di una popolazione di individui divisi in fasce di età con diversi indici di natalità e mortalità. La matrice di ordine $n + 1$ è definita da

$$A = \begin{bmatrix} m_1 & m_2 & \dots & \dots & m_{n+1} \\ s_1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & s_1 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & s_n & 0 \end{bmatrix},$$

con

- 1. $0 < s_i \leq 1, 1 \leq i \leq n$;
- 2. $0 \leq m_i \leq 1, 1 \leq i \leq n + 1$;
- 3. $\gamma = \sum_{i=1}^{n+1} m_i > 0$;
- 4. $\frac{s_i}{\gamma} \leq 1, 1 \leq i \leq n$.

1. Enunciare il teorema di Gershgorin.
2. Applicando il teorema alla matrice $B = (1/\gamma)A$ dimostrare che gli autovalori di B hanno tutti modulo minore od uguale ad 1.
3. Scrivere una funzione Matlab[®] che dati in input un vettore $\mathbf{s} = [s_1, \dots, s_n]^T \in \mathbb{R}^n$, un vettore $\mathbf{m} = [m_1, \dots, m_{n+1}]^T \in \mathbb{R}^{n+1}$, un naturale $j, 1 \leq j \leq n + 1$, ed un naturale $k > 0$, costruisce la matrice A di parametri m_i e s_i e restituisce in output il vettore formato dalle j -esime componenti dei vettori generati in k passi del metodo delle potenze applicato alla matrice B a partire dal vettore $\mathbf{e} = [1, \dots, 1]^T$.
4. Per una popolazione di pesci i parametri del modello di Lotka e Leslie sono:

i	m_i	s_i
1	0	0.2
2	0.5	0.4
3	0.8	0.8
4	0.3	–

Determinare l'approssimazione dell'autovalore dominante di B ottenuta utilizzando la funzione implementata al punto precedente con valori $k = 20$ e $j = 1$.